CONSEIL PERMANENT INTERNATIONAL POUR
L'EXPLORATION DE LA MER

RAPPORTS
ET
PROCÈS-VERBAUX DES RÉUNIONS

VOLUME LXXXII

INTERNE GEZEITEN-WELLEN

VON
O. PETTERSSON

EN COMMISSION CHEZ
ANDR. FRED. HØST & FILS
COPENHAGUE

Prix: Kr. 1.75

Février 1933

Mezäta
WALD. ZACHRISSONS BOKTRYCKERI A.-B.
GÖTEBORG 1933

INTERNE GEZEITEN-WELLEN

VON

OTTO PETTERSSON

Die internen Gezeitenwellen, welche ich in den Zwischenschichten des Meeres gefunden habe[1]), sind als direkte Wirkungen der vertikalen Komponente der Gravitation des Mondes und der Sonne zu betrachten. Da diese Auffassung des Gezeitenphänomens ausserhalb des Rahmens der jetzt herrschenden Theorie fällt, welche die vertikale Flutkraft als belanglos für die Gezeitenbewegungen ansieht, erscheint es nötig, diese Darstellung mit einer kurzen historischen und theoretischen Einleitung zu beginnen.

Die Schwerkraft auf unserer Erde variiert auf Grund des planetarischen Einflusses von Mond und Sonne, deren Gravitation alles auf der Erde unterworfen ist, also auch alles Bewegliche: Luft, Wasser und die lebenden Organismen. Die planetarische Störung der Schwerkraft ist im Vergleich zur Schwerkraft selbst sehr klein, d. h. im Vergleich zur Anziehungskraft, welche die eigene Masse der Erde ausübt, und wurde deshalb von der Allgemeinheit nicht beachtet. Von der Wissenschaft wurde sie unterschätzt und ignoriert.

In jenem Gebiet der Geophysik, auf welchem ich einige Erfahrung erwerben konnte, nämlich in der Dynamik des Meeres, fand ich, dass die Gravitation des Mondes und der Sonne auf die ozeanischen Zirkulationen einen wichtigen Einfluss ausübt. Ihr Pulsschlag, den ich seit 20 Jahren in einem schwedischen Fjord beobachten und messen konnte, geht in demselben Takt wie die Zu- und Abnahme der Mondkraft F.

Zu allererst dürfte es nötig sein, die Bedeutung des Symbols F zu erklären, welches der Kürze wegen hier »Mondkraft» genannt werden soll, aber zu definieren ist als die vertikale Komponente der Gravitation des Mondes.

---

[1]) O. Pettersson: Strömstudier vid Östersjöns portar (Svenska Hydrografisk-Biologiska Kommissionens Skrifter III 1908).

O. Pettersson: Gezeitenähnliche Bewegungen des Tiefenwassers (Publications de Circonstance N:o 47. Referat in Krümmels Handbuch d. Ozeanographie II).

Es handelt sich also nicht um die totale Anziehung des Mondes auf die Masse des Erdballs, welche einst von Newton berechnet wurde, sondern um einen speziellen Teil von ihr, nämlich um denjenigen, den er auf die Gegenstände der Erde ausübt. Es sind dies vor allem Luft und Wasser, welche beweglich sind, sodass sie dem Impuls, den sie erhalten, wenn sie sich im Kraftfeld des Mondes befinden, frei folgen können.

Das Kraftfeld des Mondes wechselt unaufhörlich mit der Stellung des Mondes und seinem Abstand: je nachdem er sich der Erde »am nächsten» im Perigeum π befindet, oder am entferntesten im Apogeum α, oder in der Äquatorebene mit der Deklination $D = o$, bezw. oberhalb oder unterhalb derselben, oder wenn er durch die Ebene der Ekliptik von Süden Ω oder Norden $\mho$ geht (aufgehender und absteigender Knoten) oder schliesslich, wenn er als Neumond zwischen Sonne und Erde steht, bezw. als Vollmond auf der Aussenseite der Erde. In jeder dieser Stellungen übt der Mond verschiedenartige Einflüsse durch eine Kraft, »Gravitation», auf die beweglichen Gegenstände des Erdballs aus.

Ständig findet ein Kampf statt zwischen der Anziehung der Erdmasse, der sogenannten »Schwerkraft», welche die beweglichen Dinge der Erdoberfläche festhält, und der kosmischen Gravitation der Sonne und des Mondes, welche bestrebt ist, diese beweglichen Gegenstände in den Weltraum zu ziehen. Wir nennen diese kosmische Kraft »Flutkraft», ihre Wirkungen »die Gezeiten».

Die Flutkraft ist zu schwach, um die beweglichen Gegenstände in den Weltraum zu heben und sie darin zu zerstreuen, denn ihre Wirkung beträgt nur einige Zehnmillionstel der Schwerkraft »g». Sei es, dass die Flutkraft mit oder gegen die Schwerkraft wirkt, eine sichtbare Wirkung erreicht sie nicht.

Aber ohne Wirkung ist sie deshalb doch nicht.

Die Flutkraft hat nämlich eine vertikale Komponente, welche wir hier mit dem Zeichen F bezeichnen und der Kürze halber »Mondkraft» nennen wollen. Es ist dies jene Komponente, welche hier besprochen werden soll. Die andere Komponente der Flutkraft, welche das Phänomen der Ebbe und Flut verursacht, wirkt in horizontaler Richtung und hat nicht gegen die Schwerkraft anzukämpfen, sondern nur gegen die Reibungswiderstände. Das grossartige Schauspiel, welches uns die anstürmenden Flutwogen und Gezeiten darbieten, sowie deren Bedeutung für die Seefahrt nahm unseren Blick ganz gefangen, sodass wir den weit wichtigeren Einfluss der anderen Komponente auf die Erde und im Universum, wo sich eine Wirkung der Mondkraft auf die Periodizität der Sonnenfleckenphänomene zeigt, übersahen.

Die Theorie der Gezeiten stammt von Newton und Laplace. Von dem letztgenannten Forscher stammt die Behauptung, dass die vertikale Komponente der gezeitenbildenden Kraft ohne Bedeutung für die Tidenbewegungen im Meer sei.

Laplace's Ansicht hierüber findet ihren Ausdruck in den folgenden Zeilen (zitiert aus la Mécanique Céleste).

»La valeur de $\delta V'$ (die vertikale Flutkraft) est à peu près la même pour toutes les molécules situées sur le même rayon terrestre. $\delta V'$ ne varie de l'intérieur à la surface

qu'à raison de la variation αy[1]) du mouvement de la molécule dans le sens vertical, variation d'un ordre inférieur à celui de la variation αu de son mouvement horisontal dans le sens du méridien.

Or il résulte de l'expression de ΔV que la variation αy de r a pour facteur une quantité de l'ordre de la profondeur de la mer. On peut donc négliger la variation qui en résulte dans $\delta V'$ et supposer $\delta V'$ le même à l'intérieur qu'à la surface.» (Mécanique céleste, V. Livre 13, p. 289).

In dem kürzlich erschienenen Werk: »Einführung in die Geophysik» von *A. Prey, C. Mainka* und *E. Tams* wird diese Aussage von Laplace bestätigt und in der folgenden Weise (Seite 101 ff.) erklärt.

»Endlich vernachlässigt Laplace die Vertikalbeschleunigung des Wassers überhaupt. Dies sieht zunächst paradox aus: Die zu untersuchende Erscheinung äussert sich im wesentlichen in einer Hebung und Senkung des Wasserspiegels, und gerade diese Richtung trifft die Vernachlässigung. Es ist dies aber doch berechtigt: die Vertikalkomponente der Flutkraft kommt gegenüber der Schwere gar nicht zur Geltung; dagegen kommt die Horizontalbewegung des Wassers zur vollen Entwicklung. Die Fluterscheinung entsteht also nicht dadurch, dass das Wasser von der Flutkraft gehoben wird, sondern dadurch dass es von allen Seiten zusammenströmt und der Überschuss naturgemäss nach oben ausweichen muss.»

Professor *O. Krümmel* äussert auf Seite 214 in seinem Handbuch der Ozeanographie II, »Diese Kraft, welche in der Richtung der Schwere wirkt, kann vernachlässigt werden: da sie ja zur Erzeugung der Flut nichts beiträgt. Auf die Wasserhülle selbst ist aber nur die horizontale Komponente der fluterzeugenden Kraft wirksam. Die vertikale, gegen die Schwerkraft gerichtete Komponente wird nur dazu dienen die Dichte der Wassersäule in A u. B zu vermindern, in I und Q zu vergrössern und zwar in so minimalem Mass dass wir ganz davon absehen können.»

Alle Autoritäten auf dem Gebiet der Tidenkräfte sind in der Hauptsache einig mit Laplace, jedoch mit einem Unterschied in der Motivierung. Krümmel meint, dass die Vertikalkomponente vernachlässigt werden kann, weil ihre Wirkung so gering ist, dass man davon absehen kann. Das ist aber nicht der Grund, welchen Laplace anführt. Für ihn ist die Vertikalkraft eine Realität ebenso wichtig obschon allerdings kleiner als die Schwere. *Es ist die geringe Tiefe des Meeres im Vergleich zu dem Abstand des Mondes*, welche ihm Veranlassung gibt zu der zitierten Äusserung: »on peut donc négliger la variation qui en résulte et supposer $\delta V'$ le même à l'interieur qu'à la surface». Man wird den Standpunkt, welchen Laplace in der Behandlung dieser Frage einnimmt, erklärlich finden, wenn man bedenkt, dass zu seiner Zeit, und mehr als hundert Jahre nachher, nur die oberflächliche Seite des Gezeitenphänomens, nämlich Ebbe und Flut, in Betracht gezogen wurde und dass man, so lange man von der Voraussetzung ausging, dass das Meer eine physisch und chemisch homogene Wassermasse sei, keinen Anlass hatte, innere differenzierte Bewegungen darin zu vermuten, die durch kosmische Gravitation entstehen könnten.

---

[1]) αy est la petite colonne d'eau qui s'élève au dessus de cette surface.

Es wundert mich nur, dass von seinen Nachfolgern und Nachsagern keiner sich die Frage gestellt hat:

Wenn die Anziehung des Mondes nach Laplace ebenso kräftig auf eine Partikel am Meeresboden wie auf eine an der Oberfläche[1]) »sur le même rayon terrestre» wirkt, warum hat Laplace dann die Möglichkeit ausgeschlossen, dass die Vertikalkraft $\delta V'$ die ganze Wassersäule um die kleine Distanz »αy» hebt[2]) und hat diese Kraft für unwirksam erklärt?

Die Antwort der Theoretiker auf diese Frage würde wahrscheinlich so lauten: »Bei der Geschwindigkeit, mit der die Erdrotation einen Ort im Meer aus dem Bereich der Mondkraft entfernt — schon nach 12 Stunden steht ja das Kraftfeld des Mondes über einem anderen Ozean — würde die vertikale Komponente der Gravitation, welche eine Beschleunigung von der Grössenordnung $10^{-7} \times g$ besitzt, kaum Zeit haben, einen solchen Effekt hervorzubringen». In dem Folgenden werde ich diesen Einwand diskutieren. Als Vorbereitung dazu soll die folgende Untersuchung über das Wesen und die Dimension — d. h. die Grösse — der kosmischen Gravitation dienen.

Berechnung der Grösse F

Eine solche Erörterung erscheint beim ersten Anblick so einfach und elementar, dass ich auf die Darstellungen in den Lehrbüchern hinweisen könnte. Als ich aber aus diesen Deduktionen Schlüsse auf die Wirkungsweise der Kraft ziehen wollte, traten ungeahnte Schwierigkeiten auf, die mich bewogen, die rechnerische Entwicklung nicht allein vorzunehmen, sondern gemeinschaftlich mit einer Anzahl von Spezialisten in Astronomie, Mathematik und Hydrodynamik. Die Namen meiner wissenschaftlichen Mitarbeiter, mit welchen ich mich beraten habe und denen ich meinen besten Dank bringe, werde ich in der folgenden Darstellung nennen.

Definition: Unter der vertikalen Flutkraft F des Mondes verstehen wir die Differenz zwischen der Anziehungskraft der Mondmasse M_I auf eine Masseneinheit N in der Oberfläche und auf eine Masseneinheit J im Zentrum der Erde, in der Richtung des Erdradius und bezogen auf die Anziehung g der Erdmasse M_{II} auf denselben Punkt N.

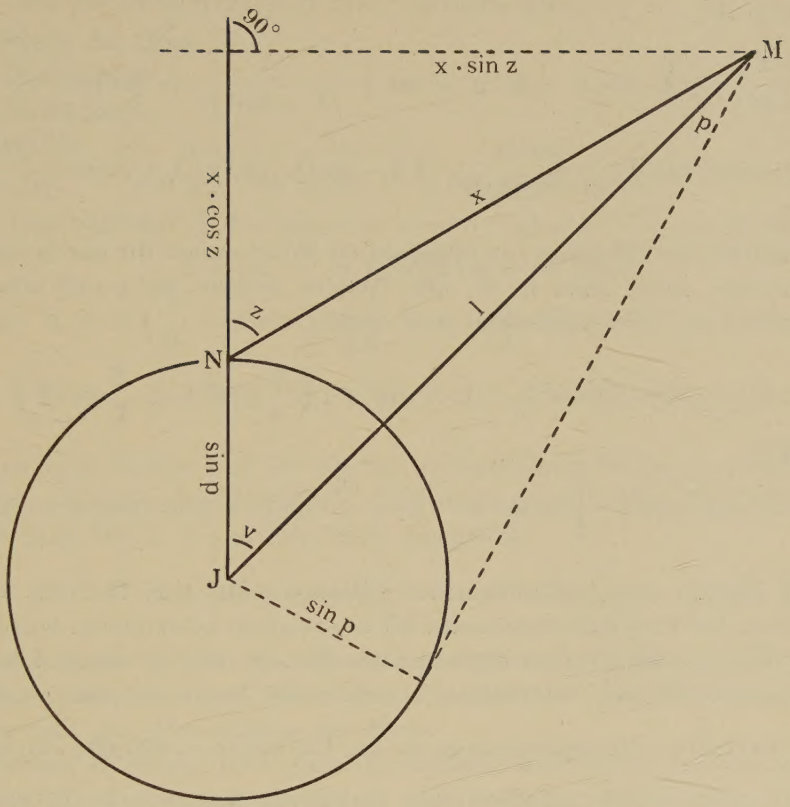
In der folgenden Figur sei der Abstand des Mondes von der Erde = 1; das Verhältnis m der Mondmasse M_I zu der Erdmasse $M_{II} = \frac{1}{80}$; die Parallaxe des Mondes = p; der Erdradius = sin p; der Zenitwinkel = z und die Erdbeschleunigung = g

$$F : g = \left(\frac{M_I \cos z}{x^2} - M_I \cos v\right) : \frac{M_{II}}{\sin^2 p}$$

---

[1]) und natürlich ebenfalls auf alle dazwischen befindlichen Partikeln.

[2]) Der Ersatz würde durch seitliche Zuströmung am Meeresboden erfolgen in derselben Weise, wie die Herausgeber des neuen Lehrbuchs »Einführung in die Geophysik», Prey, Mainka und Tams, die ganze Fluterscheinung entstehen lassen, nämlich durch Zusammenströmung von Wasser an der Oberfläche.



$$F = mg \sin^2 p \left(\frac{\cos z}{x^2} - \cos v \right) \qquad (1)$$

Um eine handliche Formel für weitere Berechnungen zu erhalten, müssen sowohl cos v wie die Monddistanz x in Funktionen von der Zenitdistanz des Ortes = z ausgedrückt werden. Dazu dienen die Beziehungen

$$\cos v = x \cdot \cos z + \sin p$$

$$(x \cdot \sin z)^2 + (x \cdot \cos z + \sin p)^2 = 1$$

$$x = -\sin p \cdot \cos z + \sqrt{1 - \sin^2 p \cdot \sin^2 z}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{\cos^2 p} \cdot \left\{ \sin p \cdot \cos z + \sqrt{1 - \sin^2 p \cdot \sin^2 z} \right\}$$

$$F = mg \cdot \sin^2 p \cdot F_1$$

$$\text{wo } F_1 = \left(\frac{1}{x^2} - x\right) \cdot \cos z - \sin p = \cos z \cdot \frac{1}{1 - \sin^2 p} - \sin p +$$

$$+ \cos z \left\{ \sin p \cdot \cos z + 2 \cos^2 z \frac{\sin^2 p}{(1 - \sin^2 p)^2} - \sqrt{1 - \sin^2 p \cdot \sin^2 z} \left[1 - 2 \cos z \frac{\sin p}{(1 - \sin^2 p)^2} \right] \right\} \quad (2)$$

Da die Parallaxe des Mondes nur ungefähr 60 Minuten und die der Sonne ungefähr 8 Sekunden beträgt, kann man in F_1 alle Glieder, welche $\sin^4 p$ und höhere Potenzen von sin p enthalten, vernachlässigen und erhält

$$F_1 = \sin p \cdot (3 \cos^2 z - 1) + \sin^2 p \cdot \left(\frac{3}{2} \cos^3 z + \frac{3}{2} \cos z\right)$$

und schliesslich:

$$F = mg \cdot \sin^3 p \cdot \left\{ (3 \cos^2 z - 1) + \frac{3}{2} \sin p \cdot \cos z \cdot (\cos^2 z + 1) \right\} \quad (3)$$

Aus dieser Formel kann man für einen beliebigen Ort und für eine beliebige Zeit die Acceleration der Vertikalkomponente der kosmischen Gravitation berechnen, sobald man die Parallaxe p und die Zenitdistanz z des Mondes und der Sonne kennt. Dieselbe Formel gilt auch für die Vertikalkraft, welche die Sonne ausübt, wenn man statt $m = \frac{1}{80}$ das Verhältnis der Sonnenmasse zu der Erdmasse = 320,000 einführt. Die Formel ist nicht exakt sondern approximativ, da bei der Berechnung alle Glieder, welche höhere Potenzen von sin p als $\sin^3 p$ enthalten, ausgeschlossen wurden. Der Fehler, welcher dadurch entsteht, kann für die Mondkraft höchstens 2 % betragen. Für die Sonne ist derselbe irrelevant, da die Sonnenparallaxe höchstens 8″ bis 9″ beträgt.

Die Grundgleichung für alle Berechnungen der *momentanen Grösse* der Vertikalkomponente der Flutkraft, d. h. der kosmischen Gravitationswirkung auf die beweglichen Masseneinheiten der Erdoberfläche, ist also

I. $$F = mg \sin^3 p \left[(3 \cos^2 z - 1) + \frac{3}{2} \sin p \cos z (\cos^2 z + 1) \right]$$

Für viele Berechnungen ist es erwünscht, einen Ausdruck für die Kraftsumme ΣF zu erhalten, welche vom Mond (bezw. der Sonne) während einer Erdrotation auf eine Masseneinheit auf der Breite φ ausgeübt wird.

Man erhält einen solchen Ausdruck durch Integration von $F\, d\tau$[1]) zwischen $\tau = 0$ und $\tau = 2\pi$ (einem Mondtag), wenn man in der Gleichung

$$F = mg \sin^3 p \left[(3 \cos^2 z - 1) + \frac{3}{2} \sin p \cos z (\cos^2 z + 1 \right]$$

[1]) τ bedeutet hier den Zeitwinkel.

cos z durch eine Funktion von φ, δ und τ ersetzt, wo

φ = die Breite des Ortes
δ = die Deklination
τ = den Zeitwinkel

bedeutet, nämlich

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos \tau$$

Integriert man nachher $F\,d\tau$ zwischen $\tau = 0$ und $\tau = 2\pi$, so erhält man

$$\Sigma F = 3 \pi m g \sin^3 p (A + B \sin p)$$

$$\text{wo } A = 3 \left(\frac{1}{3} - \sin^2 \delta\right) \left(\frac{1}{3} - \sin^2 \varphi\right) \text{ und}$$

$$B = \frac{1}{2} \sin \delta \sin \varphi \left[5 (1 + \sin^2 \delta \sin^2 \varphi) - 3 (\sin^2 \delta + \sin^2 \varphi)\right]$$

Wenn man auch in diesem Fall die Glieder, welche höhere Potenzen als $\sin^3 p$ enthalten, vernachlässigt, was (für die Mondkraft) höchstens einen Fehler von 2 % verursachen kann, erhält man für ΣF den folgenden Ausdruck:

II. $$\Sigma F = 9 \pi mg \sin^3 p \left(\frac{1}{3} - \sin^2 \delta\right) \left(\frac{1}{3} - \sin^2 \varphi\right)$$

Die Formel I (Seite 6) gibt den *momentanen* und die obige Formel II den *Tageswert* der vertikalen Gravitation von Mond (bezw. Sonne) auf jede freie Masseneinheit der Hydrosphäre und der Atmosphäre der Erde.

Aus der Formel II ersieht man, dass die tägliche Kraftsumme ΣF bei gewissen Breiten, nämlich 35° 16′ auf der nördlichen und südlichen Hemisphäre, = 0 wird. Zu demselben Resultat kam der englische Astronom Airy schon vor sechzig Jahren.

Dieses Resultat ist vielfach missverstanden worden. Es besagt nicht, dass die vertikale Gravitation in diesen Breiten aufhört oder unwirksam wird, sondern dass sie wechselweise hebend oder senkend auf die frei beweglichen Massenpartikeln wirkt, die Schwerkraft verringernd oder verstärkend, und zwar vom Äquator bis zu den hohen Breiten täglich oscillatorisch wechselnd und dann von da bis zu den Polen ausschliesslich senkend, d. h. niederdrückend. In der breiten tropischen Zone zwischen 0° und ± 35° wirkt der Tageswert ΣF *überwiegend* hebend, so dass die Schwerkraft g um eine kleine variable Kraft ΣF vermindert,

$$g - \Sigma F$$

und nördlich und südlich von dieser Zone um dieselbe Kraft verstärkt wird

$$g + \Sigma F.$$

Die Regel von Airy kommt in der Gleichung II, wo die *Tagessumme* ΣF bestimmt wird, dadurch zur Geltung, dass $\Sigma F = 0$ wird in der Breite, wo $\sin^2 \varphi = \frac{1}{3}$ ist (d. h. in 35° 16′), welches bedeutet, dass dort der hebende und senkende Einfluss der vertikalen kosmischen Gravitation im Lauf eines Tages gleich gross ist. Wie er innerhalb dieser Zeit wechselt, darüber gibt die Gleichung I Aufschluss.

Die Wirkung der Kraft ΣF und F

Die Grösse ΣF wird jetzt für 58° n. Br. für jeden Tag des Jahres im voraus berechnet und kalendarisch angegeben.[1]) Im Zusammenhang damit werden im Gullmarfjord jeden Tag eine oder zwei hydrographische Tiefenlotungen gemacht von der Brücke der Station Bornö (33 m. Tiefe), wo im Jahre 1908 die ersten Anzeichen von internen Gezeiten-Bewegungen beobachtet wurden. In dem folgenden Diagramm findet man eine graphische Darstellung des Wechsels der Mondkraft nach der Gleichung II

$$\Sigma F = 9\ mg\ \pi\ \sin^3 p \left(\frac{1}{3} - \sin^2 \delta\right)\left(\frac{1}{3} - \sin^2 \varphi\right)$$

vom 19. September bis 17. Oktober 1930 zugleich mit den Niveauschwankungen des Tiefenwassers, repräsentiert durch die Isohalinen 31 ‰ und 32 ‰. Das Niveau der oberen Wasserschicht, welche dem Baltischen Strom angehört, wechselt regelmässig mit der Ebbe und Flut um etwa 0.3 Meter und unregelmässig durch Windstau und Luftdruck bis höchstens ½ bis 1 Meter. Diese Differenzen konnten nicht im Bild wiedergegeben werden, während die langperiodischen parallaktischen »Mondwellen» Amplituden von mehr als 10 bis 20 m. erreichen.

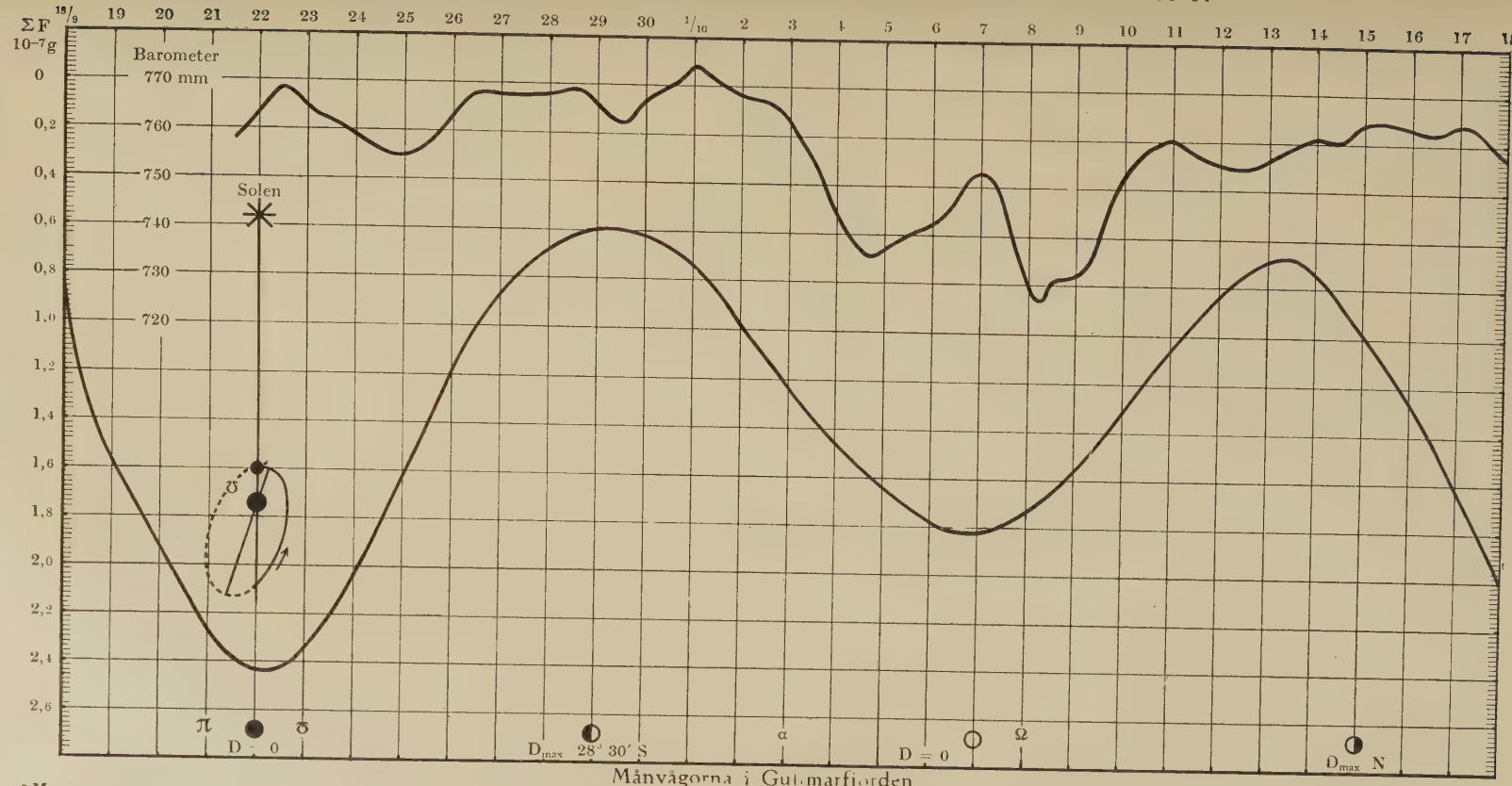
Will man die Wirkung der Mondkraft auf das Meereswasser studieren, so darf man sie nicht an der Meeresoberfläche suchen, wo die Schwerkraft dominiert, sondern unter der Oberfläche, wo die Schwere durch den Auftrieb (Drift) aufgehoben wird und das Newton'sche Gesetz durch das Archimedische eliminiert wird. Das Meerwasser ist kein homogener, sondern ein geschichteter Körper, der aus Wasserschichten verschiedener Herkunft besteht, welche sich übereinander schieben können. Das Kraftfeld des Mondes wirkt auf alle diese Schichten, indem es ihre Schwere und ihren Druck gegen den Meeresgrund abwechselnd vermehrt oder vermindert. Der Gegendruck vom Boden zwingt das Wasser der untersten Schichten, sich seitwärts zu bewegen, sobald die Schwerkraft zunimmt. Wird andrerseits die Schwerkraft vermindert, so werden alle Schichtgrenzen nach oben gewölbt; in allen Schichten entsteht eine untere Flutwelle, nur nicht an der Meeresoberfläche. Dort wirkt die Schwerkraft und der Atmosphärendruck der vertikalen Kraft entgegen, sodass das Wasser an der Oberfläche gezwungen wird, seitwärts hinweg zu strömen, während es gleichzeitig am Meeresboden hinzu strömt. Auf diese Weise bewirkt die Mondkraft grosse Deformationen der Schichtgrenzen im Meer allein schon durch die halbtägigen kurzen Schwankungen der Gezeiten.

Durch die längeren Perioden der parallaktischen Tiden, wo die Gravitation des Mondes eine Dauerwirkung von mehr als 7 Tagen ausübt, können diese internen Gezeitenwellen eine Amplitude erreichen, die schon in seichten Fahrwassern wie im Kattegat und dem Gullmarfjord an der Westküste Schwedens 30—40 m. betragen kann und im offenen Meer mehrere Hunderte von Metern. Die Wellenfront solcher unterseeischer Wogen dringt durch alle Meeresengen und über alle Untiefen in unsere Fjorde und Binnenmeere

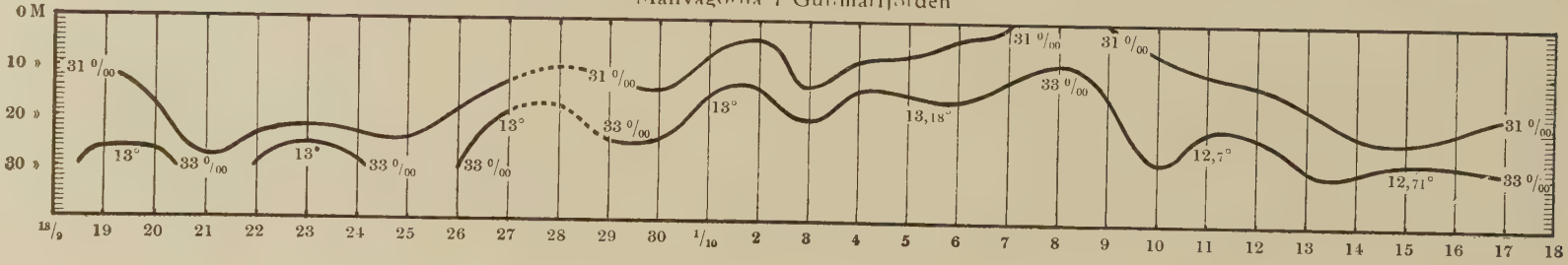
---

[1]) ΣF, Calendarium der Wechsel der Mondkraft 1931 u. 1932 (in Commission bei Gumperts Buchhandlung in Göteborg und Wilhelm Frick in Wien Graben 27).

Månkraftens (ΣF) och Lufttryckets variation i September—Oktober 1930 vid 58° N



Månvågorna i Gullmarfjorden



hinein und erneuert dabei das Tiefenwasser in der Ostsee und im Gullmarfjord, welches ohne diese internen Gezeiten stagnieren würde. Auf diese Weise dringt das Salzwasser vom Meer zweimal im Monat kaskadenartig von unten in den Gullmarfjord herein und treibt das Oberflächenwasser meerwärts in einem der Intensität der Mondkraft entsprechenden Ausmass: eine imposante Arbeitsleistung, da dabei etliche Hunderte von Millionen Kubikmeter Wasser im Laufe einiger Tage transportiert werden können! Die hydrographischen Serienbeobachtungen, welche bei Bornö von 1909—11 ausgeführt wurden, zeigten, dass diese grossen Unterseewellen von der Nordsee in den Fjord hineingelangten im Takt mit den Veränderungen der Mondkraft, die man nunmehr für jeden Tag des Jahres berechnen kann. Der Zusammenhang zwischen dem Wechsel der Mondkraft und den inneren Bewegungen in der Mittelschicht des Gullmarfjordes ist auf der vorstehenden Seite dargestellt. Das obere Diagramm zeigt uns die Intensität ΣF der Mondkraft ausgedrückt in Zehnmillionstel von der Beschleunigung durch die Schwerkraft g im September und Oktober 1930.

Man sieht im Diagramm, dass die Mondkraft am 18. Sept. $\Sigma F = 0.82 \times 10^{-7}$ g betrug und gegen den Mittelpunkt der Erde gerichtet war, also herunterdrückend wirkte, d. h. die Schwerkraft um 0.82 Zehnmillionstel *verstärkend*. Die Mondkraft wuchs rasch am 19., 20. und 21. September und erreichte am 22. ihren Höhepunkt mit

$$\Sigma F = 2.45 \times 10^{-7} \text{ g}$$

Einen Tag vorher, am 21., war der Mond der Erde π am nächsten und 24 Stunden später, am 23., ging er durch die Ekliptik $\mho$. Nach dem Maximum des 22. nahm die Mondkraft rasch ab bis zum 29., wo sie nur $\Sigma F = 0.6 \times 10^{-7}$ g betrug. Hierauf erreichte sie ein neues sekundäres Maximum am 7. Okt. mit $\Sigma F = 1.81 \times 10^{-7}$ g und schliesslich ein neues Minimum am 13. Oktober. Die Wirkungen, welche durch diese Veränderungen hervorgerufen wurden, sind aus dem unteren Diagramm ersichtlich.

In diesem Diagramm sind die hydrographischen Veränderungen im Gullmarfjord bei der Station Bornö dargestellt durch die Isohalinen 31 ‰ und 33 ‰ der salzhaltigeren unteren Wasserschichten, welche von der Nordsee und vom Skagerak durch eine cirka 50 Meter tiefe Rinne in die Küstenbank hinein kommen.

Der unterste Abschnitt des Diagramms zeigt, wie diese Wasserschichten, ebenso wie die darüberliegenden Schichten von »Brackwasser» (mit einem Salzgehalt unter 31 ‰) sich im September und Oktober Tag für Tag im Niveau hoben und senkten, dem Wechsel der Mondkraft entsprechend. Man darf dies nicht so auffassen, dass die innere Wellenbildung in der Mittelschicht des Wassers im Gullmarfjord, welche am 1.—7. Oktober den Höhepunkt erreichte, eine unmittelbare augenblickliche Wirkung der Mondkräfte in *derselben* Woche war. In der Natur folgen Ursache und Wirkung nach einer gewissen Zeit aufeinander und das Eindringen des Wassers aus der Nordsee mit seinen 13° und seinem 33 ‰ Salzgehalt war eine Wirkung des Maximums der Mondkraft vom 22. September. Dieses Maximum rief draussen im Meer eine Strömung hervor, welche sich als Unterwasserwelle mit geringer Geschwindigkeit aber hoher Amplitude bis in das Skagerak und den Gullmarfjord fortpflanzte. Und diese Wellenfront war so mächtig, dass sie einen Wasserwechsel in den oberen Schichten des Fjordwassers verursachte,

wo das relativ salzarme Wasser durch salzreiches Nordseewasser ersetzt wurde, welches in den ersten Oktoberwochen bis einige Meter unter die Oberfläche reichte und einen Haufen Sprotten mitbrachte, die man einige Wochen später drinnen im Fjord zu fischen anfing.

Am 22. Sept. 1930 erreichte die Flutkraft ihren Maximalwert für das Jahr. Ihren Einfluss, welcher in unseren Breiten (pro Tag berechnet nach der Formel II) niederdrückend ist, ersieht man aus dem Wellendiagramm für den Gullmarfjord auf Seite 9. Wie hat nun diese Kraft auf das geschichtete Wasser des offenen Atlantischen Ozeans auf dem Meridian von Greenwich gewirkt mittags um 12^h, nachmittags um 3^h, 6^h, 9^h, u. s. w. d. 22. Sept. und um Mitternacht 0^h des folgenden Tages? Nach den Erfahrungen der Meteorexpedition, welche von Defant in Vorträgen und Zeitschriften vorläufig mitgeteilt wurden, sollte man erwarten, interne Gezeiten-Wellen von halbtägigem Typus zu finden in der grossen Schichtgrenze zwischen der warmen Oberschicht, der »Troposphäre», und dem kalten und schwereren Tiefenwasser, der »Stratosphäre», des Ozeans. Wir wollen das Gedankenexperiment vornehmen, die Periode und die Grösse der bewegenden Kraft F, die Zeit des Eintreffens der Phasen und die Amplituden der Wellen im voraus rechnerisch zu bestimmen für verschiedene Breiten von dem Äquator bis zum Nordpol auf dem genannten Meridian 0° Lg. Gr. im Atlantischen Ozean und es der Kritik der künftigen hydrographischen Forschung überlassen zu entscheiden, *ob unsere Resultate betreffs der Grössenordnung mit der Wirklichkeit übereinstimmen*, wenn man von dem Einfluss der Friktion absieht.

Für eine solche Berechnung reicht die Gleichung II nicht aus, welche Tageswerte von ΣF gibt. Wir müssen eine Aufnahme machen mit der »Zeitlupe», d. h. nach der Formel I, mit der man momentane Werte von F bestimmt.

$$F = mg \sin^3 p \left[(3 \cos^2 z - 1) + \frac{3}{2} \sin p \cos z (\cos^2 z + 1)\right]$$

Am 22. Sept. 1930 war die astronomische Konstellation: Sonne—Mond—Erde wie auf Seite 9 angegeben.[1]) Um 12^h mittags standen Sonne und Mond im Zenit über dem Meridian von Greenwich bei $\varphi = 0°$ Br. (Äquator):

Die Sonne hatte dann Parallaxe $p'' = 8.77''$ um 12^h mittags
Der Mond » » » $p = 60' 42''$ um 12^h mittags d. 22. Sept.
» » » » $p = 60' 29''$ um 12^h nachts
» » » » $p = 60' 11''$ um 12^h mittags d. 23. Sept.

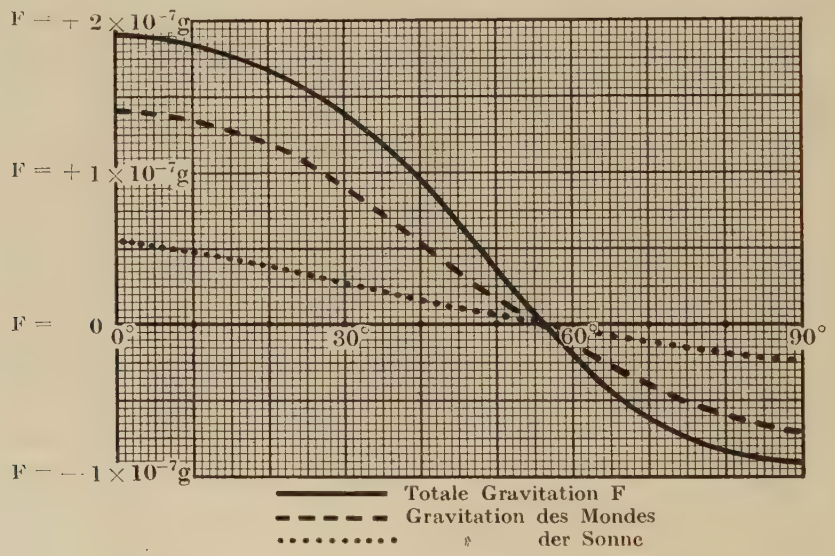
---

[1]) Der Mond hatte die Deklination D = 0; er befand sich in der Ekliptik ♉; ● traf um 12^h mittags d. 22. Sept. ein; ☊ d. 21. Sept. 1930. Die Sonne ☉ in ♎ bei der Dekl. D = 0 am Abend d. 22. Sept. (Äquinox). Die Bestimmungen von F, welche hier aufgeführt sind, beziehen sich auf den totalen Wert des gesamten vertikalen Kraftpotentials der Sonne und des Mondes.

Momentwerte von F um 12^h d. 22 Sept. 1930

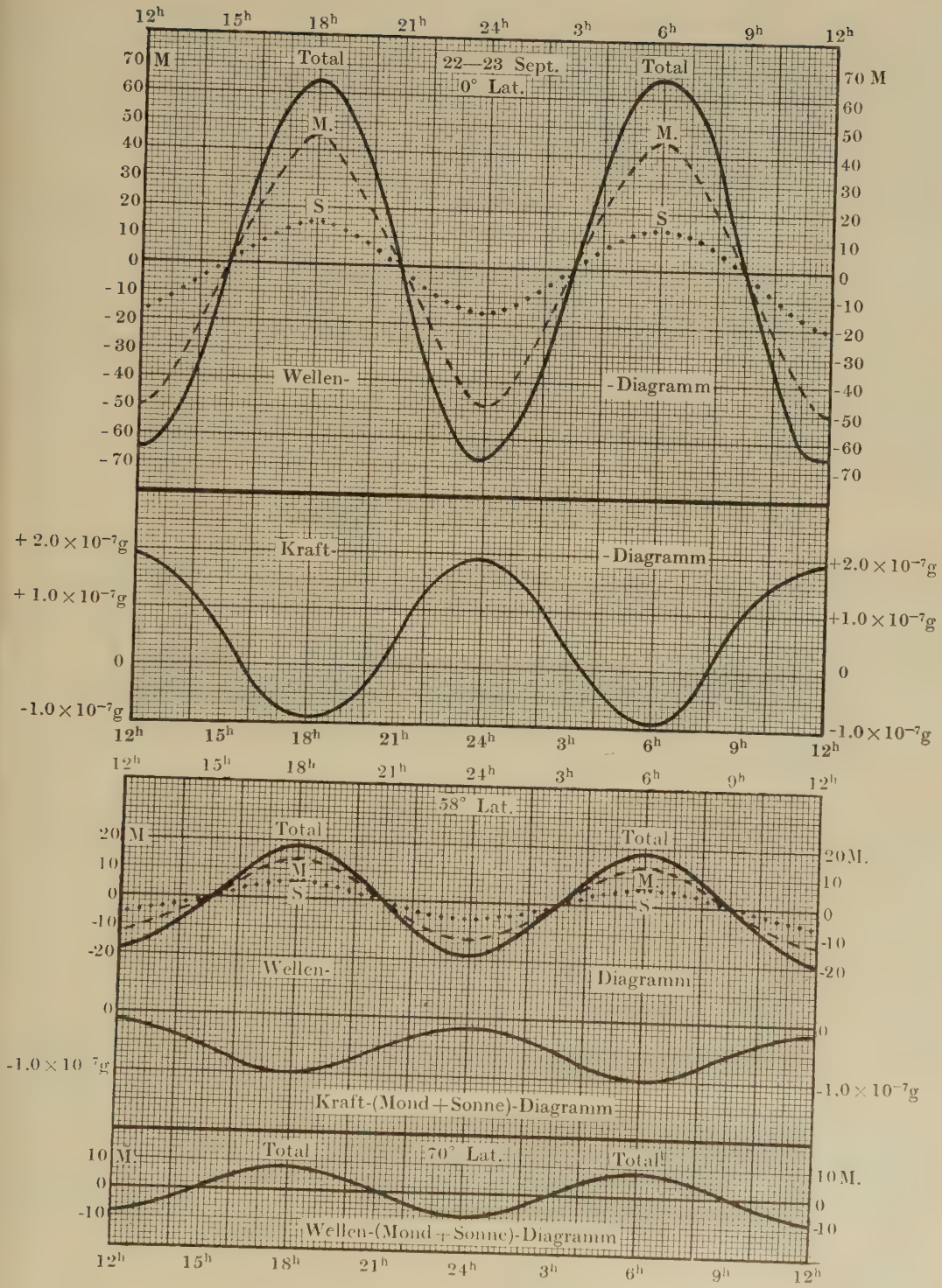
		Mond	Sonne	Total
für $\varphi = 0°$	..... $F =$	$+ 1.412 \times 10^{-7}$ g	$+ 0.510 \times 10^{-7}$ g	$+ 1.922 \times 10^{-7}$ g
» $\varphi = 35°$	..... $F =$	$+ 0.708 \times 10^{-7}$ g	$+ 0.255 \times 10^{-7}$ g	$+ 0.708 \times 10^{-7}$ g
» $\varphi = 55°$	..... $F =$	0	0	0
» $\varphi = 58°$	..... $F =$	$- 0.108 \times 10^{-7}$ g	$- 0.040 \times 10^{-7}$ g	$- 0.148 \times 10^{-7}$ g
» $\varphi = 75°$	..... $F =$	$- 0.543 \times 10^{-7}$ g	$- 0.204 \times 10^{-7}$ g	$- 0.744 \times 10^{-7}$ g
» $\varphi = 90°$	..... $F =$	$- 0.688 \times 10^{-7}$ g	$- 0.255 \times 10^{-7}$ g	$- 0.943 \times 10^{-7}$ g

Die vertikale Gravitation des Mondes und der Sonne F um 12^h d. 22. September in verschiedenen Breiten längs dem Meridian 0° Lg. Gr. ist in dem folgenden Diagramm in Zehnmillionsteln von g graphisch dargestellt.



Die Figur zeigt ein meridionales Kraftdiagramm, welches die Zunahme der vertikalen Flutkraft in einem bestimmten Zeitmoment (12^h am 22. Sept. 1930) vom Äquator bis zum Pol mit wachsender Breite darstellt. Die Kraft wirkt hebend vom Äquator bis zu 55° Breite, wo F = 0 wird und das Vorzeichen wechselt, d. h. in allen Breiten bis zum Pol niederdrückend wirkt.

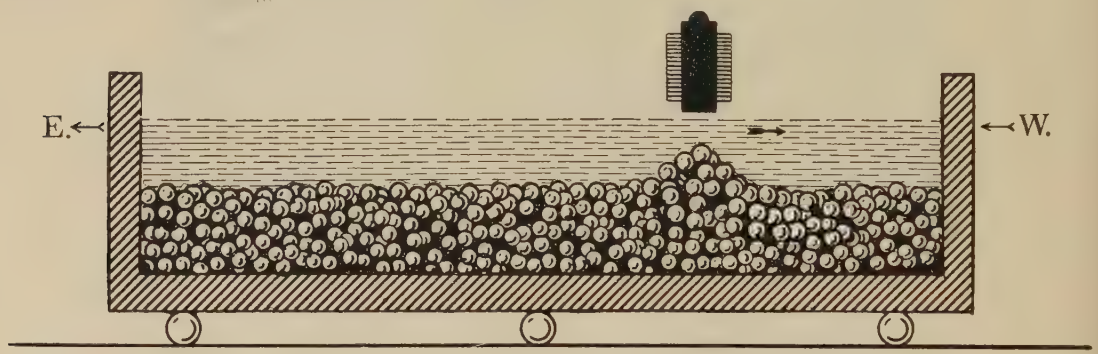
Die folgenden Diagramme zeigen, wie die Kraft F während einer Erdrotation von 12^h mittags am 22, bis 12^h am folgenden Tag Stunde für Stunde bei 0°, bei 58° und 70° Br. wechselte. Man findet hier, dass die Kraft F das Vorzeichen wechselt — also abwechselnd das Niveau der Grenzfläche hebt und senkt, und zwar so, dass F viermal in 24 Mondstunden = 0 wird, gleichzeitig in allen Breiten vom Äquator bis zu etwa 70°—80° n. Br., von wo ab diese Bewegung undeutlich wird und allmählich in die beim Pol und in seinem Umkreis herrschende niederdrückende Bewegung des Meerwassers übergeht.


12h 15h 18h 21h 24h 3h 6h 9h 12h
70 M 60 50 40 30 20 10 0 -10 -20 -30 -40 -50 -60 -70
Total
M.
S
22—23 Sept.
0° Lat.
Wellen-Diagramm
+2.0×10⁻⁷g
+1.0×10⁻⁷g
0
-1.0×10⁻⁷g
Kraft-Diagramm
58° Lat.
20 M 10 0 -10 -20
Kraft-(Mond+Sonne)-Diagramm
70° Lat.
10 M 0 -10
Wellen-(Mond+Sonne)-Diagramm

Diese örtliche und zeitliche Variation der vertikalen Flutkraft muss eine die Erde umkreisende Doppelwelle in der Grenzfläche zwischen der Stratosphäre und der Troposphäre des Ozeans erregen. Diese Ausführungen veranlassen mich, eine Voraussage zu versuchen über den Vorgang, wenn das Wasser — Meridian für Meridian — durch das kosmische Kraftfeld passiert, welches gerade in diesem Fall (d. 22. Sept.) am einfachsten und kräftigsten auf das geschichtete Weltmeer wirkte, siehe p. VII.

Unter der relativ ruhigen Oberfläche entsteht eine vertikale Wellenbewegung an der sämtliche Wasserpartikeln vom Boden an sich beteiligen, wobei sie vertikale Orbitalbewegungen ausführen. In der Wassermasse befindet sich in einigen Hundert Metern Tiefe eine Grenzschicht[1]), welche als Gleitfläche fungiert, an der die leichteren Partikeln der Deckschicht (»Troposphäre») *sich frei bewegen können*, nicht nur nach oben und unten sondern auch horizontal, während die Grenzfläche sich wellenartig hebt und senkt, wie man es sich durch das folgende Gedankenexperiment vergegenwärtigen kann.

Eine mit Paraffin gefüllte Glaswanne, welche eine Bodenschicht von S K F-Kugeln enthält, werde in west—östlicher Richtung unter einem kräftigen Magnetfeld hinweggerollt.



Unter den Polen des Magnets erhebt sich allmählich ein Hügel, d. h. ein Wellenkamm von eisernen Kugeln, welcher an Höhe zu- und abnimmt, während er durch das magnetische Kraftfeld passiert, welches hier das Potential der Flutkraft repräsentiert. Vor diesem internen Wellenkamm bildet sich an der Oberfläche ein Wellental[2]), dem ein Wellenkamm folgt, entsprechend dem Ebbe- und Flutphänomen an der Oberfläche des Meeres, welches aber in diesem Gedankenkreis eine sekundäre Rolle spielt.

---

[1]) Nämlich die von Defant definierte Grenzfläche zwischen der Troposphäre und der Stratosphäre des Ozeans. Die Existenz von solchen Grenzflächen ist überhaupt eine Bedingung für das ozeanische Gezeitenphänomen, und eine Theorie, welche keine Rücksicht nimmt auf die Schichtung des Meerwassers und auf die vertikale Komponente der kosmischen Gravitation, wird hinfällig und gleicht einem Kartenhaus aufgebaut und immer wieder rekonstruiert von den grössten Baumeistern der Welt aus Karten mit mathematischer Camouflage reich dekoriert. Arrhenius äussert in seinem Lehrbuch der kosmischen Physik p. 454:

»Es haben viele Mathematiker ersten Ranges wie Laplace, Young, Airy und andere ihren Scharfsinn auf die Lösung des verwickelten Gezeitenproblems angewandt und doch kann man kaum sagen, dass seine Rätsel nennenswerth vermindert sind.»

[2]) Siehe Fig. 1 in W. Ekmans Report on internal waves. Procès Verb. des Réunions du Conseil International Vol. LXXVI 1931.

Die Doppelwelle, welche sich in der Schichtgrenze des Ozeans auf der rotierenden Erde bewegt, besteht aus sich erhebenden und sinkenden Wassersäulen und die Grenzfläche selbst gleicht der Oberfläche eines Ackerfeldes mit vor dem Windhauch wogenden Ähren. Die Phase bleibt auf allen Breitengraden dieselbe, aber mit wachsender Breite wird das Niveau der Grenzfläche immer tiefer und die Amplitude immer kleiner, bis die halbtägige Wellenbewegung in etwa 70°—80° aufhört und in eine niedersinkende Bewegung des Wassers ringsum den Pol übergeht und sich in Strombewegungen am Boden und an der Oberfläche auslöst, welche in dem folgenden besprochen werden sollen.

Aus dem vorigen ersieht man, dass die vertikale Flutkraft keineswegs unwirksam ist. Es bleibt übrig zu sehen, ob man hieraus den Schluss ziehen kann: die Kraft F, welche bisher als belanglos für das Gezeitenphänomen betrachtet wurde, ist die primäre Ursache desselben! Hiergegen steht der Einwand von Krümmel u. a., dass eine Kraft wie F, welche nur einige Zehnmillionstel der Schwere beträgt, zu gering sei, um in vierundzwanzig Stunden so grosse Bewegungen auf dem ganzen Umkreis der rotierenden Erde zu bewirken. Um dieses Rätsel zu lösen genügt es nicht, qualitativ oder empirisch vorzugehen; wir müssen quantitativ untersuchen, welche Bewegungen eine Kraft wie F in der von Defant definierten Grenzschicht im Ozean hervorbringen kann.

Wir denken uns die Grenzfläche auf dem genannten Ort am Äquator einige Hundert Meter unter der Oberfläche, während sie durch die Erdrotation durch das Kraftfeld der Sonne und des Mondes geführt wird, wo die vertikale Flutkraft hebend wirkt. Diese Wirkung dauert etwa 6 Stunden, wonach die Kraft das Vorzeichen wechselt. Eine Kraft, welche 6 Stunden lang hebend auf die Wasserpartikeln in der Grenzfläche wirkt, während dieselben durch das Kraftfeld passieren, muss wellenartige Bewegungen darin erregen *und unsere Aufgabe wird es sein, ihre Amplitude und Phase zu berechnen* — die Periodizität ist ja durch das Kraftdiagramm gegeben.

Die Amplitude A ist die Strecke, um welche die Kraft F eine Masseneinheit des Tiefenwassers in t Sekunden emporhebt.

Dass man bisher die Bedeutung der vertikalen Komponente der Flutkraft verkannt hat, beruht darauf, dass man den Einfluss der Schichtung im Meere übersah.

Der französiche Meteorologe Teisserenc de Bort hat gefunden, dass in der Atmosphäre der Erde eine bewegliche Grenzschicht existiert zwischen der homothermen und relativ ruhigen oberen Luftschicht der *Stratosphäre* und der unteren *Troposphäre*, in welcher der Wechsel der meteorologischen Erscheinungen unter dem Einfluss der Ausstrahlung der Sonne gegen die Erde und der Ausstrahlung der Erde gegen den Weltraum sich abspielt. Die Grenze zwischen Stratosphäre und Troposphäre liegt beim Äquator höher als in höheren Breiten.[1])

[1]) Eine bisher unerklärte Erscheinung.

Der deutsche Geophysiker Defant hat die Betrachtungsweise Teisserenc de Bort's auf das Weltmeer ausgedehnt, welches auch ein geschichtetes Medium, das Meerwasser, enthält mit ausgeprägten Grenzschichten zwischen Wasserlager von verschiedener Dichte und Temperatur. Das Tiefenwasser unter der Grenzfläche repräsentiert nach Defant die *Strato-Hydrosphäre*, die obere Wasserschicht die *Troposphäre des Ozeans*. Die Grenzfläche im Ozean liegt höher am Äquator als in höheren Breiten. In dieser Grenzschicht hat die Deutsche Expedition mit dem Untersuchungsschiff »Meteor» rythmische innere Gezeitenbewegungen beobachtet, ähnlich denjenigen, welche ich in dem Grossen Belt und im Gullmarfjord gefunden habe und von derselben halbtägigen Periode. Wir stehen also hier vor einem allgemeinen und universellen Phänomen kosmischen Ursprungs, welches im höchsten Grad unsere Aufmerksamkeit verdient.

Am Mittag d. 22. Sept. 1930 standen Sonne und Mond im Zenit über dem Äquator bei 0° Lg. im Atlantischen Ozean, wo die Tiefe etwa 4,000 m. beträgt und die Grenzschicht 100 bis 200 m. unter der Oberfläche liegt. Das Meerwasser befand sich zwischen zwei äquipotentiellen Flächen, nämlich dem Meeresboden und der Oberfläche. Dazwischen befand sich eine dritte: die Grenzfläche selbst. Die Gravitation der beiden Himmelskörper wirkte in dem genannten Augenblick mit gleicher Stärke hebend auf alle Wasserpartikeln in der Oberschicht und der Unterschicht, aber der Effekt war nicht derselbe, weil die ersteren einen anderen Freiheitsgrad besitzen als die letzteren, da sie sich nur in horizontaler Richtung frei bewegen können und die Grenzfläche zugleich als relativ friktionslose Gleitfläche fungiert. In vertikaler Richtung ist ihre Bewegungsfreiheit beschränkt, da die Schwerkraft und der Luftdruck gemeinsam einen beträchtlichen Widerstand gegen eine Deformation der von Schwere und Zentrifugalkraft bestimmten Geoidfläche des Meeres setzen, welche nur eine minimale Veränderung zulässt, wohingegen ein Auftrieb der Wasserpartikeln von der Grenzfläche in das leichtere obere Wasserlager auf ungleich kleineren Widerstand stösst und zu internen Wellen in dieser Schicht Anlass gibt, während das Wasser mit der rotierenden Erde durch das Kraftfeld der Himmelskörper geführt wird. In dem vorigen (Seite 13) habe ich den Versuch gemacht, die Grösse dieses Kraftfeldes und seine Wirkung auf die Bewegung der Grenzfläche zwischen der von Defant definierten Stratosphäre und Troposphäre des Ozeans zu berechnen und in Diagrammen darzustellen, erstens für den genannten Ort am Äquator in 0° Lg. und zweitens für 13°, 30°, 58°, 70° und 90° Breite auf demselben Meridian, unter der Voraussetzung, dass man von der translatorischen Bewegung, d. h. dem Umlauf des Mondes, und von dem Einfluss der Trägheit und der Friktion des Meerwassers absieht. Die so erhaltenen Werte der Amplitude und Phase der internen Wellen sind also als im voraus theoretisch bestimmte Grenzwerte zu betrachten; ich erwarte mit gespanntem Interesse ihre Reduktion auf die wirklichen Dimensionen, wenn die Ergebnisse der Meteorexpedition im einzelnen vorliegen.

Man findet in jedem von diesen Diagrammen (S. 13) zwei Wellenlinien, wovon die untere die Variation der Kraftfunktion F, d. h. der vertikalen Komponente der Flutkraft, und die obere die Variation der von ihr erzeugten Wellenbewegung in der Grenzfläche darstellt im Lauf einer Erdrotation von 12^h d. 22. Sept. bis Mittag d. 23. Sept.

Die Wellendiagramme zeigen, dass eine mächtige interne Welle in der Grenzfläche

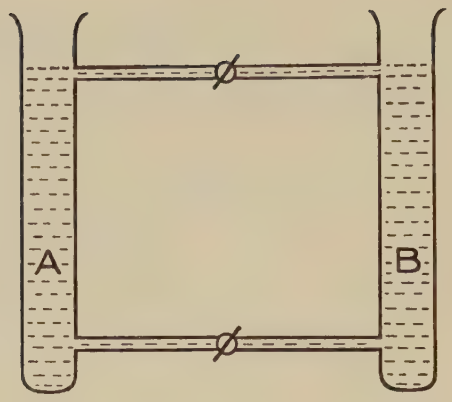
in 24 Mondstunden die Erde umkreist, indem Wasserpartikeln aus der unteren Schicht in die Oberschicht eindringen, wenn das Kraftfeld von F hebend wirkt. Da diese Kraftfunktion F viermal während einer Rotation ihr Vorzeichen wechselt, muss eine Doppelwelle (d. h. eine interne Zenit und Nadirwelle) von halbtägiger Periode in der Grenzschicht entstehen, deren Amplitude sich mit zunehmender Breite (gemäss dem $\cos^2 \varphi$) vermindert, sodass sie in den höchsten Breiten = 0 wird. Das bedeutet aber nicht, dass die vertikale Flutkraft in der Nähe der Pole unwirksam wird, sondern dass sie dort nicht mehr das Vorzeichen wechselt noch Wellenbewegungen erzeugt, vielmehr eine ständig niederdrückende Wirkung auf das Meerwasser der höheren und höchsten Breiten ausübt, wie man aus dem Kraftdiagramm ersehen kann. Die vertikale Flutkraft F wirkt hier immer verstärkend auf die Schwerkraft g.

In dem grossen tropischen Belt vom Äquator bis 35° S. und N. Breite, wo die kosmische Gravitation überwiegend attraktiv wirkt, ist die Wirkung ihrer vertikalen Komponente F hauptsächlich hebend, obschon auch hier die Kraftfunktion viermal in 24 Stunden das Vorzeichen wechselt. In den Breiten ± 35° findet man zwei ziemlich breite Übergangszonen, in denen der Breitengrad ± 35° 16′ als eine neutrale Nodallinie betrachtet werden kann, wo die hebende und niederdrückende Kraft abwechselnd mit gleicher Stärke wirkt, wie es aus der Formel II hervorgeht, was schon vor 60 Jahren Airy erkannte. In den polaren Kalotten von ± 35° bis 90° Breite, wo die Gravitation der Himmelskörper ständig in schiefer Richtung wirkt, ist die Kraft F überwiegend niederdrückend.

Die primäre Wirkung der vertikalen Flutkraft F ist also derart, dass sie in höheren Breiten die Schwerkraft verstärkt, die Luft- und Wasserpartikeln schwerer macht, also absenkend wirkt, und ihren Druck auf den Boden vergrössert. In den niederen Breiten dagegen verringert F die Schwerkraft, wirkt also hebend, indem sie die beweglichen Partikeln leichter macht, wie man es auf dem Diagramm Seite 12 ersehen kann, welches den Wert von F am 22. Sept. 1930 bei der Meridianpassage des Mondes und der Sonne auf allen Breiten von 0° bis 90° des 0° Meridians darstellt (berechnet aus der Formel I).

Eine Wassersäule 4,000 m. hoch und 1 Quadratmeter im Querschnitt und von 1,026 spez. Gew., welche normal ein Gewicht von 4,104,000 Kilogramm hat, würde an der tiefsten Stelle des Polarbassins in dem genannten Augenblick einen um 0,387 Kg. höheren Druck pro m^2 auf dem Meeresboden ausüben, während eine gleiche Wassermasse beim Äquator um 0,788 Kg. pro m^2 leichter wird. Der Unterschied beträgt 1,175 Kilogramm pro m^2 und *muss Anlass geben zu einer Bewegung des Bodenwassers vom Nordpol zum Äquator*, was man sich durch ein Gedanken-Experiment wie das folgende vergegenwärtigen kann:

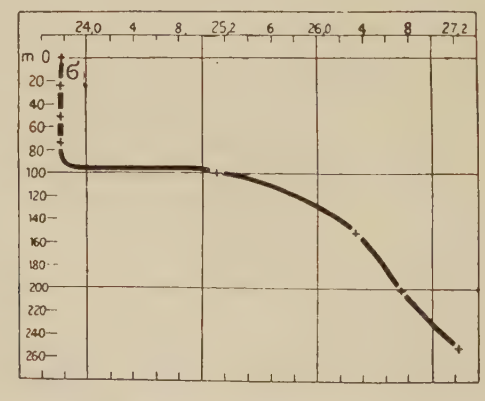
Die beiden Gefässe A und B sind mit Wasser gefüllt. Nachdem sich Gleichgewicht eingestellt hat, streut man etwas fein gepulvertes Kochsalz oder Chlorcalzium in das Gefäss B, worauf eine Strömung von B nach A durch das untere Verbindungsrohr entsteht und ein Kompensationsstrom sich in entgegengesetzter Richtung durch das obere Rohr bewegt. Das Experiment ist wirklichkeitstreu, denn der Zusatz von Salz verändert bekanntlich nur das Gewicht, nicht (merklich) das Volumen des Wassers.



Der Einfluss der vertikalen Flutkraft F macht sich geltend

A) auf die ozeanische Zirkulation. Die Ungleichheit in dem Druck, welchen das Wasser in den Tiefen des Ozeans auf den Meeresboden in hohen und in niedrigen Breiten ausübt, wiederholt sich zweimal im Lauf einer Erdrotation und wirkt wie ein Pulsschlag befördernd auf die ozeanische Zirkulation. Die kosmische Gravitation unterhält oscillatorisch einen Überdruck von Seiten der Polarmeere, wo das Wasser untersinkt, während es in den äquatorialen Meeren aufsteigt. In dem hier genannten Fall: 12^h mittags und 24^h nachts am 22. Sept. 1930 war der Unterschied im Druck auf 1 m^2 des Bodens in 4,000 m. Tiefe 1,175 Kg. *Diese Quantität muss in der Zeiteinheit äquatorwärts am Boden abfliessen.*

B) auf die Entstehung von internen Wellen in der Grenzschicht zwischen der Stratosphäre und der Troposphäre des Ozeans, welche in der äquatorialen Region des Atlantik 100—200 m. unter der Oberfläche von der Meteorexpedition angetroffen wurde und in der[1]) das spez. Gewicht von $\sigma = 1{,}0240$ in 100 m. auf $\sigma = 1{,}0268$ in 200 m. stieg.



A. Wenn das so geschichtete Wasser von der rotierenden Erde durch das Kraftfeld der Sonne und des Mondes geführt wird, ensteht eine Erhebung des Tiefenwassers, welche

[1]) in 13° S. Br. in der westlichen Mulde des Atlantischen Ozeans (Defant).

einen Wellenkamm in der Grenzfläche erzeugt, während das Wasser der Oberschicht seitwärts ausweicht, da es den Wasserspiegel nicht merkbar heben kann. Den ganzen Verlauf habe ich auf Seite 14 in einem drastischen Experiment geschildert, in dem ich das kosmische Kraftfeld durch ein magnetisches ersetzte.

Es bleibt uns noch übrig, den Vergleich rechnerisch durchzuführen. Wir befinden uns also auf einem Expeditionsschiff an einem Ort am Äquator auf der Länge 0° Greenwich am 22. Sept. 1930 um 12^h mit Sonne und Mond im Zenit. In diesem Augenblick ist die vertikale Flutkraft gemäss der Formel I

$$F = mg \sin^3 p \left[(3 \cos^2 z - 1) + \frac{3}{2} \sin p \cos z (\cos^2 z + 1)\right] = + 1{,}922 \times 10^{-7}\ g$$

und ändert sich im Lauf des Tages und der Nacht folgendermassen:

		Mond	Sonne	Total
12^h Mittags	$F =$	$1{,}412 \times 10^{-7}$ g	$0{,}510 \times 10^{-7}$ g	$1{,}922 \times 10^{-7}$ g
15^h N. M.	$F =$	$0{,}363 \times$ »	$0{,}127 \times$ »	$0{,}491 \times$ »
18^h »	$F =$	$-0{,}688 \times$ »	$-0{,}255 \times$ »	$-0{,}943 \times$ »
21^h »	$F =$	$0{,}324 \times$ »	$0{,}127 \times$ »	$0{,}452 \times$ »
24^h »	$F =$	$1{,}340 \times$ »	$0{,}510 \times$ »	$1{,}850 \times$ »
3^h »	$F =$	$0{,}363 \times$ »	$0{,}127 \times$ »	$0{,}491 \times$ »
6^h »	$F =$	$-0{,}688 \times$ »	$-0{,}255 \times$ »	$-0{,}943 \times$ »

In dem Diagramm auf Seite 13 findet man eine graphische Darstellung des Wechsels von F (siehe das untere »Kraftdiagramm»).

Eine ähnliche Berechnung für 58° gibt

		Mond	Sonne	Total
12^h Mittags	$F =$	$-0{,}108 \times 10^{-7}$ g	$-0{,}040 \times 10^{-7}$ g	$-0{,}148 \times 10^{-7}$ g
15^h N. M.	$F =$	$-0{,}398 \times$ »	$-0{,}147 \times$ »	$-0{,}546 \times$ »
18^h »	$F =$	$-0{,}688 \times$ »	$-0{,}255 \times$ »	$-0{,}943 \times$ »
21^h »	$F =$	$-0{,}398 \times$ »	$-0{,}147 \times$ »	$-0{,}546 \times$ »
24^h »	$F =$	$-0{,}108 \times$ »	$-0{,}040 \times$ »	$-0{,}148 \times$ »

In dieser Breite wirkt die Kraft F überwiegend senkend, was natürlich in noch höherem Mass in 70° Br. der Fall ist, wie es in dem Kraftdiagramm auf Seite 13 seinen Ausdruck findet.

Bei 90° Br. ist die Kraft konstant[1]) $F = m\,g \sin^3 p$.

für die Sonne $= -0{,}255 \times 10^{-7}$ g
» den Mond $= -0{,}688 \times 10^{-7}$ g
F (total) $= -0{,}943 \times 10^{-7}$ g

[1]) Wohl zu bemerken: *nur für diesen Tag,* wo die Deklination für Sonne und Mond D = 0 war. Sobald die Deklination sich ändert, kommen parallaktische Kraftvariationen von langer Periodizität mit ins Spiel, welche gerade im Polarmeer interne Wellen von grosser Amplitude verursachen.

Die Kraftdiagramme auf Seite 13 stellen für verschiedene Breiten die tägliche Variation der Intensität von F dar, welche ihre Periodizität der Erdrotation verdankt. Bei jeder Umdrehung der Erde, wenn ein Ort im Meer durch das Kraftfeld der Sonne und des Mondes passiert, entsteht eine hügelförmige Erhebung in der oberen Grenzfläche der »Hydro-Stratosphäre» des Ozeans, wovon ich in dem Experiment mit S K F Kugeln in einer Wanne mit Petroleum ein Bild gegeben habe, das die Entstehung einer *internen Vertikal-Welle* vorstellt, welche die Erde umkreist. Ihren Wellencharakter behalten diese Bewegungen aber nur so lange wie ein Wechsel in der Richtung der Kraft mit dem Zenitwinkel z erfolgt. Dies bedeutet, dass die Amplitude der Wellen vom Äquator polwärts abnehmen muss, wie es in den Wellendiagrammen auf Seite 13 angedeutet ist. *Die Phase dieser Wellenfront ist dieselbe in allen Breitengraden, bis die Wellenbewegung in hohen Breiten ihren Charakter verliert und die bewegende Kraft F einen ständigen Druck gegen den Boden des Meeres auslöst, welcher eine pulsierende Strömung äquatorwärts am Boden des Ozeans erzeugt.*

Die ganze ozeanische Zirkulation beruht nämlich auf zwei *ausserirdischen* Einflüssen: teils auf der *Gravitation* und teils auf der *Sonnenstrahlung*, welche einen thermischen Kreisprozess in der oberen Wasserschicht (der »*Hydro-Troposphäre*») zwischen den tropischen und den polaren Meeren unterhält. Hier dient die Eisschmelze[1]) als Mittel bei der Verwandlung von Wärme in Arbeit, d. h. bei der Strombildung[2]), nach dem Prinzip von Carnot $Q \frac{T_I - T_{II}}{T_I}$, das in diesem Fall eine Arbeitsleistung von etwa 10 % der Wärmestrahlung der Sonne ergibt.

B. Interne Wellen in der Grenzschicht.

Die tägliche Variation der Kraft F erzeugt zwei interne Doppelwellen in der Grenzschicht. Da wir die Amplituden der Wellen nicht bestimmen können, wollen wir zum Vergleich die Amplituden einer freien Partikel berechnen, die ausschliesslich

---

[1]) Dass die Eisschmelze eine solche Rolle spielt, ist von mir und von Sandström so viele Male hervorgehoben worden, dass ich die bezügliche »Golfstromsliteratur» nicht zu zitieren brauche. Anders verhält es sich mit der Behauptung, dass die vertikale Flutkraft F eine Rolle in der ozeanischen Zirkulation spielt, wogegen man den Einwand erhoben hat, dass ein Niedersinken des Wassers in hohen Breiten und Aufsteigen in äquatorialen Breiten keine Strombildung und keine Zirkulation erzeugen kann, weil der letztgenannte Prozess einen statischen Gegendruck hervorbringt und dadurch stagnierend wirkt. Ja, das wäre der Fall, wenn man sich den Verlauf so denkt, wie in dem auf Seite 18 angeführten Gedankenexperiment, wo das Wasser von starren Glaswänden eingeschlossen war. Anders verhält es sich im offenen freien Meer. Auch da erhebt sich ein Wasserhügel bis zu einer gewissen Höhe, aber von dem Abhang dieses Hügels fliesst Wasser ab seitwärts — polwärts, wo das von der Eisschmelze abgekühlte niedersinkende Wasser eine ständige *Saug-Wirkung* ausübt. Der Vorgang hat Ähnlichkeit mit einem artesischen Brunnen aus dessen unterirdischen Quellen seit undenklichen Zeiten Wasser abfliesst.

[2]) Mit dem Einwand, dass die kosmische Gravitation keinen dauernden Strom im Meere hervorbringen kann, sollte man vorsichtig sein. Ich verweise auf das Experiment Seite 14. Unter dem magnetischen Kraftfeld bewegt sich die Wanne von Westen nach Osten mit der rotierenden Erde. Aber unter dem Kraftfeld erhebt sich stets ein Hügel aus eisernen S K F Kugeln, welcher die Bewegung der Flüssigkeit bremst, was sich als eine nach Westen gerichtete Strömung in der Oberfläche kundgibt; ein Analogon der Äquatorialströme in dem Atlantischen und Pacifischen Ozean.

unter dem Einfluss der Veränderung in F vertikale Schwingungen ausführt. Die Kraft wirkt nicht konstant wie g während einer Rotation der Erde. Sie hat einen konstanten mittleren Tageswert ΣF, den wir aus der Gleichung II durch Division mit 2π erhalten:

$$\frac{1}{2\pi}\Sigma F = \frac{9}{2}\,mg\,\sin^3 p\,\frac{1}{3}\left(\frac{1}{3} - \sin^2\varphi\right), \qquad \text{wo } \delta = 0$$

$$\frac{1}{2\pi}\Sigma F = \frac{1}{2}\,mg\,\sin^3 p \cdot 3\cos^2\varphi - mg\sin^3 p$$

Dieser Teil interessiert uns nicht an sich, da derselbe nur auf g einwirkt, d. h. auf die Lage der Grenzschicht.

Die erhebende variable Kraft ist nämlich:

$$F - \frac{1}{2\pi}\Sigma F$$

Um diese zu berechnen, können wir in der Gleichung I das zweite Glied in der Klammer, welches sin p enthält, vernachlässigen und erhalten

$$F = mg\sin^3 p\,(3\cos^2 z - 1),$$

worin wir $\cos z = \sin\varphi \cdot \sin\delta + \cos\varphi \cdot \cos\delta \cdot \cos\tau$ und $\cos z = \cos\varphi \cdot \cos\tau$ setzen, da am 22. Sept. 1930 die Deklination $\delta = 0$ war, und erhalten

$$F = mg\sin^3 p\,(3\cos^2\varphi \cdot \cos^2\tau - 1)$$

Nach dieser Bestimmung von F und Σ F können wir durch Integration der variablen Kraft nach t die Geschwindigkeit v der Bewegung bestimmen

$$v = \int\left[F - \frac{1}{2\pi}\Sigma F\right]dt = 3\,\frac{24\times 3600}{2\pi} \cdot mg\sin^3 p \cdot \cos^2\varphi \cdot \frac{\sin 2\tau}{4} + v_o$$

Aus v erhalten wir durch eine weitere Integration den Weg s, d. h. die Amplitude der freien Partikel

$$\textbf{III.} \qquad s = \int v\,dt = \frac{3}{8}\left[\frac{24\times 3600}{2\pi}\right]^2 mg\sin^3 p \cdot \cos^2\varphi\,(1 - \cos 2\tau) + v_o\,t + s_o;$$

wo v_o und s_o willkürliche Integrationskonstanten sind.

Da die Partikel eine Schwingung um eine Gleichgewichtslage ausführen soll, muss $v_o = 0$ sein.

s_o wird so bestimmt, dass der s-Wert der Gleichgewichtslage gleich o wird. Nach Gleichung III sind die folgenden Wellenamplituden berechnet.

Amplituden von internen Wellen in der Grenzschicht zwischen der Stratosphäre und der Troposphäre im Atlantischen Ozean d. 22—23 September 1930 in Meter. Diagramm S. 13.

	0° Br., 0° Lg.			58° Br. 0° Lg.			70° Br. 0° Lg.		
	Sonne	Mond	Total	Sonne	Mond	Total	Sonne	Mond	Total
12^h Mittags	— 17,7	— 47,7	— 65,4	— 5,0	— 13,4	— 18,4	— 2,1	— 5,6	— 7,7
15^h N. M.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18^h »	+ 17,7	+ 47,7	+ 65,4	+ 5,0	+ 13,4	+ 18,4	+ 2,1	+ 5,6	+ 7,7
21^h »	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24^h »	— 17,7	— 47,7	— 65,4	— 5,0	— 13,4	— 18,4	— 2,1	— 5,6	— 7,7

Bei 90° Br. und 0° Lg. war die Amplitude der internen Wellen = 0.

Parallaktische interne Wellen entstehen, sobald die Deklination oder der Abstand der Himmelskörper sich ändert. Da diese Gezeiten lange Perioden haben, in denen die Kraft F in gleicher Richtung wirkt, geben sie Anlass zu internen Wellen von grosser Amplitude, welche durch harmonische Analyse nach 27,3 und 27,5 und 29,5 Tagen u. s. w. gefunden werden können. Dieses Problem ist hier nicht berührt, da die Deklination am 22. Sept. 1930 = 0 war sowohl für die Sonne wie für den Mond (ein glücklicher Umstand für die Darstellung der Hauptaufgabe: die Entstehung der *halbtägigen* Gezeiten).

Zusammenfassung

Man hat in neuerer Zeit sowohl in der meteorologischen wie in der hydrographischen Forschung Erfahrungen gemacht, welche zeigen, dass ein Ausbau der Theorie der Gezeiten und der Zirkulation von Wasser und Luft bevorsteht mit besonderer Berücksichtigung der Schichtung, welche in der Atmosphäre und der Hydrosphäre existiert und der Wirkung, welche die vertikale Komponente der Gravitation des Mondes und der Sonne ausübt.

Die hier besprochenen internen Bewegungen im Meer sind keine freien Wellen, wie sie in der wissenschaftlichen Literatur mit den Namen Stoke's, Lagrange's, Raleigh's u. a. bezeichnet werden. Sie sind *gezwungene Gezeiten-Wellen* in den Zwischenschichten des Meeres, welche durch die vertikale Flutkraft des Mondes und der Sonne entstehen. Überall im Weltmeer findet man oben eine Deckschicht von leichterem Wasser, welches sich durch sein spezifisches Gewicht von dem schwereren Tiefenwasser unterscheidet. In den tropischen Meeren besteht diese Deckschicht aus hoch erwärmtem Salzwasser und in den Polarmeeren aus kaltem Meerwasser verdünnt durch Eisschmelze und Niederschlag.

Wir denken uns nach Airy's Vorgang ein kanalförmiges Gebiet ringsum die Erde längs dem Äquator, gefüllt mit geschichtetem Wasser, und untersuchen die Deformation der Grenzfläche zwischen Unterschicht und Deckschicht (»Stratosphäre und

Troposphäre» nach Defant[1]), welche entsteht, wenn diese Wassermasse mit der rotierenden Erde durch das Kraftfeld der Sonne und des Mondes geführt wird z. B. an einem Tag wie dem 22. September 1930, wo die Deklination der beiden Himmelskörper = 0 war und Neumond um 12^h mittags eintrat.

In diesem ringförmigen äquatorialen Kanal liegt ein Schiff an einem Ort in 0° Br. und 0° Lg. Gr. Die totale Wasser-Tiefe hier beträgt 4000 m. und die Tiefe der Deckschicht etwa 100—200 m. Um 12^h mittags, da Sonne und Mond gerade im Zenit über diesem Ort standen, wirkte ihre Gravitation hebend auf jede Masseneinheit im Meer mit der Kraft[2]

$$F = m\,g\,\sin^3 p\left[(3\cos^2 z - 1) + \frac{3}{2}\sin p\cos z\,(\cos^2 z + 1)\right] = +\,1{,}992\times 10^{-7}\,g$$

Obschon die hebende Kraft in allen Niveaus gleich ist, wird ihr Effekt verschieden sein in dem Tiefenwasser und in der Deckschicht. Die Partikeln der letzteren haben ja nur eine begrenzte Bewegungsfreiheit in vertikaler Richtung, da sie die von der Schwere und der Centrifugalkraft bestimmte Geoidfläche des Wasserspiegels nicht heben können, ohne den Widerstand der Schwerkraft und des Luftdrucks zu überwinden, wozu die kleine[3]) vertikale Flutkraft nur in geringem Grade ausreicht. Das Wasser der Deckschicht muss sich oberhalb der Grenzfläche, welche als Gleitfläche fungiert[4]), seitwärts ausbreiten, während die freien Partikeln unterhalb der Grenzfläche sich ungleich leichter in die Deckschicht erheben können, da hier die Schwere durch den Auftrieb neutralisiert wird. Das Resultat ist derart, dass sich in der Grenzfläche ein Wellenkamm von beträchtlicher Amplitude erhebt. Die Kraftfunktion F geht nach der Gleichung I viermal während einer Erdrotation durch 0 und erzeugt in der leicht beweglichen Grenzfläche eine Doppelwelle, welche die Erde in 24 Mondstunden umkreist.[5]) Ein Schiff, welches um 12^h Sonne und Mond im Zenit hatte, findet um 6^h, wo Sonne und Mond am Horizont stehen, das Niveau des kalten Tiefenwassers um X Meter näher an der Oberfläche in einem Niveau, wo man vorher ein Wellental fand.

Das sind die internen Gezeitenwellen, welche die Meteorexpedition in 5 Ankerstationen im südlichen Atlantik in 10° und 13° Br. beobachtet hat. Für solche Wellen, welche nur in direkt aufsteigenden und niedersinkenden Bewegungen der Wasserpartikeln bestehen, kann ich keinen anderen Namen finden als *interne vertikale Gezeitenwellen*. Diese vertikalen Bewegungen des Tiefenwassers unter dem Einfluss der vertikalen

---

[1]) Siehe Seite 18 und VII.

[2]) Siehe Seite 6 und 11 u. 12. Das Pluszeichen bedeutet, dass die vertikale Flutkraft in diesem Augenblick attraktiv wirkte, d. h. verringernd auf die Schwerkraft g; also *hebend*.

[3]) D. h. relativ zu der Schwerkraft g. An und für sich ist die Vertikalkomponente F der kosmischen Gravitation eine Naturkraft von der grössten Bedeutung, deren Wellenfront in alle Binnenmeere und Fjorde eindringt und das sonst stagnierende Tiefenwasser erneuert (siehe Seite 9).

[4]) Siehe das Experiment Seite 25.

[5]) Siehe die Tabellen auf Seite 19 und 22. Unter dem 0-Niveau versteht man hier die mittlere Lage der Grenzfläche.

Flutkraft F geschehen nahezu friktionslos, da die Kraft in allen Schichten gleich ist und gleichzeitig auf die Wasserpartikeln wirkt. In der Deckschicht aber wird die horizontale Bewegung der Wassermasse, welche stromlos der Bewegung der Erde folgen sollte, dadurch *gebremst*, dass unter dem Kraftfeld der Sonne und des Mondes stets ein Wellenkamm sich von unten erhebt. Dies verursacht eine Verzögerung der translatorischen Bewegung der obersten Wasserlager des Ozeans in östlicher Richtung mit der rotierenden Erde und gibt Anlass zu einer Gegenströmung in westlicher Richtung in der Oberfläche der äquatorialen Region in allen Meeren *(Äquatorialströme)*.

Wir haben noch die Höhe des Wellenkamms über dem mittleren Niveau der Grenzfläche, d. h. die *Amplitude der internen Gezeitenbewegung*, zu bestimmen. Die Aufgabe erscheint leicht, da die erhebende Kraft F multipliziert mit $\frac{1}{2} \times t^2$ den Weg s ergibt, den eine Wasserpartikel aus der Grenzfläche während der Zeit ihrer Passage durch das Kraftfeld zurücklegt. Da aber die Flutkraft F nicht konstant ist wie g, führt diese Methode zu einer Integration von F, welche umständlich wird. Man erhält leichter den Wert von s aus dem Produkt $vt = s$, in dem v die Geschwindigkeit bedeutet, mit der eine Wasserpartikel in der Zeit t aufwärts geführt wird. Auch das führt zu einer doppelten Integration, welche auf Seite 21 beschrieben ist. Die so berechneten Zahlen sind theoretische Grenzwerte abgesehen von der Trägheit und der Friktion und erhalten ihr eigentliches Interesse durch den Vergleich mit den aktuellen Beobachtungen an den Ankerstationen der Meteorexpedition, wenn diese ausgearbeitet sein werden.

Man kann mit Hülfe der Formel I den Wellengang berechnen in einem Airy'schen Kanal ringsum die Erde in jeder beliebigen Breite und findet, dass die Phase in allen Breiten gleich bleibt, während die Amplitude der Wellen in höheren Breiten rasch abnimmt. Nicht so die Kraftfunktion F; diese wechselt nur das Vorzeichen und wirkt von 35° 16′ Br. ab überwiegend verstärkend auf die Schwerkraft und also niederdrückend, während sie in dem Polarmeer einen ständig oscillierenden Überdruck auf das Wasser und den Meeresboden ausübt. An dem gewählten Tage — d. 22. IX. 30, 12^h — betrug dieser Überdruck $0{,}943 \times 10^{-7}$ g; am Äquator dagegen übte dieselbe Kraft eine erhebende Wirkung von $1{,}922 \times 10^{-7}$ g auf das Wasser aus. Durch diese Differenz entsteht am Meeresboden in 4000 m. Tiefe ein Überdruck von 1,175 kg. pro Quadratmeter, welcher Anlass geben muss zu einer Bewegung des Bodenwassers vom Nordpol zum Äquator, welche auf Seite 17 und 18 besprochen ist.

Die ozeanische Zirkulation ist nach dieser Darstellung aufs innigste verbunden mit den Gezeitenphänomenen. Über die bisher herrschenden Theorien äussert O. Krümmel: »Blickt man zurück so ist das Feld mit Trümmern aufgegebener Theorien bedeckt».

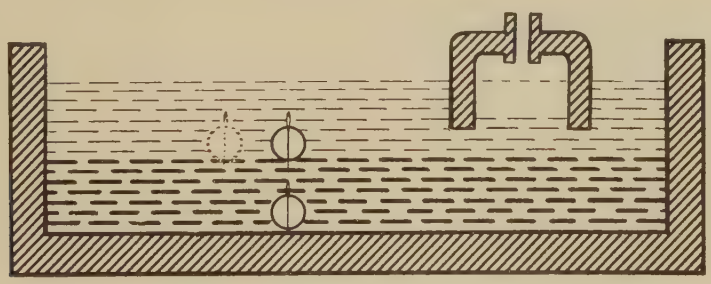
Wenn man sich die Mühe gibt, diese Trümmer näher zu untersuchen, findet man, dass der grösste Teil davon Relikte sind von einer in den achtziger Jahren des vorigen Jahrhunderts lancierten Theorie von Zöppritz, welcher glaubte, dass die ganze ozeanische Zirkulation durch den Einfluss des Windes entsteht. Durch molekulare Friktion im Ozeanwasser (das Zöppritz als ein homogenes Medium betrachtete) sollte die

[1]) Siehe die Tabellen und Diagramme auf Seite 12 und 13.

Windtrift des Oberflächenwassers sich nach Tausenden von Jahren bis auf die tiefste Bodenschicht erstreckt, und nach neuen Jahrmillionen einen stationären Umlauf im Meer hergestellt haben. Diese Anschauung, dass das Meer seine Bewegung dem Energievorrat (mechanisch und thermisch) der Atmosphäre entlehnt, liegt bewusst oder unbewusst der jetzt herrschenden Theorie zu Grunde. Als endlich das Faktum erkannt wurde, dass das Meerwasser ein geschichtetes Medium ist, in dem interne Wellenbewegungen vorkommen, hat man das Wesen derselben verkannt und sie nicht als periodische Wirkungen von kosmischen Kräften wie Gravitation und Strahlung, sondern als zufällige Störungen von Windtrift und Windstau erklärt.

Dass solche Störungen häufig vorkommen ist allbekannt, aber nicht, wie weit sie sich in die Tiefe erstrecken. Ein Experiment wie das folgende dürfte deshalb nicht ganz überflüssig erscheinen.

Zwei Glaskugeln von gleicher Grösse aber ungleich belastet (mit kleinen Quecksilbertropfen) befinden sich in einer Glaswanne, welche zwei Wasserschichten von verschiedenem spez. Gewicht enthält. Die eine Kugel ist so kalibriert, dass sie gewichtslos auf dem Boden ruht, die andere so, dass sie gerade über der Grenzfläche schwebt. In jeder Kugel ist eine feine Stahlnadel eingeschmolzen, welche dazu dient, die Kugeln mittelst eines Magnets zu orientieren, so dass sie gerade lotrecht über einander stehen. In die obere Wasserschicht taucht eine Glocke, in der man den Luftdruck über einem Teil der Wasseroberfläche erhöhen kann. Die obere Kugel bewegt sich seitwärts, die untere nicht, *weil die Schichtgrenze eine Gleitfläche ist*, in der der Unterschied zwischen molekularer und virtueller Friktion hervortritt.



Dass durch Winde nicht tiefere Strömungen im offenen Meer erzeugt werden, ist durch die klassischen Untersuchungen von W. Ekman bekannt. Dass die internen Gezeitenwellen im offenen Ozean durch ferne Böen zufällig gestört werden, ist von Defant hervorgehoben worden. Besonders kräftig wirken solche Störungen auf das geschichtete Wasser des Kattegats, weil die Schichten hier dünn sind und die Tiefe gering ist. Dass dieser Umstand jedoch 24 Jahre lang die Erkenntnis der Existenz der internen Gezeitenwellen verhindern konnte, bleibt unerklärlich.

Wenn keine ausserirdischen Kräfte auf die rotierende Erde einwirkten, würde das Meer stromlos sein und die Luft stillstehen. Die Gravitation von Mond und Sonne muss der Rotation entgegengesetzte Bewegungen im Meer erzeugen, meinten Kepler

und Heinrich Hertz[1]). Nach Kepler sollte der Mond die trägen zurückbleibenden Gewässer nach Westen zurückziehen, während die Erde sich darunter nach Osten drehe. Hertz meinte, dass die anziehende Kraft der Gestirne auf die Kuppen des Flutellipsoids zur Entstehung eines Kräftepaares Anlass gäbe, welches der Rotation der Erde entgegenwirkt. Dass man gegenwärtig diese Erklärung verlassen hat und die Treibkraft der grossen Äquatorialströmungen ausschliesslich den Passatwinden zuschreibt, beruht darauf, dass man die vertikale Flutkraft für belanglos hält und das Meerwasser als ein homogenes Medium betrachtet, worin die horizontale Komponente der Flutkraft allein oberflächliche Bewegungen verursacht. Eine direkte Wirkung der Gestirne auf die Strömungen in einem solchen Meer ist undenkbar, weil die kosmische Anziehung auf die in ihr Kraftfeld eintretende Kuppe des Flutellipsoids ebenso kräftig einwirkt wie auf die austretende. Da es aber erwiesen ist, dass es im Meer eine Schichtgrenze gibt zwischen Oberwasser und Tiefenwasser, welche gerade in den äquatorialen Zonen besonders scharf ausgeprägt hervortritt, und da die Meteorexpedition auf sämtlichen Ankerstationen fand, dass interne Gezeitenwellen von beträchtlicher Amplitude und halbtägiger Periode in dieser Grenzschicht unter dem Kraftfeld der Gestirne von unten aufwallen, muss der bremsende Effekt dieses Gezeitenphänomens retrograde Strömungen in der Oberschicht verursachen. Dies ist hier auf Seite 14 und in dem schematischen Bild am Schluss dieser Abhandlung angedeutet, worin die Dimension der Hydrosphäre etwa 3000 Mal grösser als die der Erde selbst dargestellt ist.

---

[1]) Siehe das Referat in Krümmels Ozeanographie II p. 443 und 444.

INTERNAL WAVES

SUMMARY

1. Empirical part

The constellation of the sun, the moon and earth which occurs at the equinox in March and September affords a favorable opportunity for the study of the internal tidal movements in the boundary layers of the sea. This treatise contains a record of such observations made between September 18th and October 18th 1930 at the Bornö Station in the Gullmarfjord on the West coast of Sweden, where the stratification of the seawater appears very distinctly and the internal tidal movements in the boundary are observed by making daily deepsoundings. I have tried to compare these observations with the change in the value of the vertical component F of gravitation g calculated from the formula (1) (see p. 5)

$$F = m\,g\,\sin^2 p\left(\frac{\cos\ z}{x^2} - \cos\ v\right)$$

which conveys the idea that the action of the moon upon the moveable mediums of the earth, water and air, finds its expression quantitatively in the difference F between its attraction on a mass-unit in the sea and a mass-unit at the centre of the earth taken in the direction of the radius of the earth to the particle in question.[1]) The next formula (see p. 6)

$$\text{I.}\qquad F = m\,g\,\sin^3 p\left[(3\,\cos^2 z - 1) + \frac{3}{2}\sin p\,\cos z\,(\cos^2 z + 1)\right]$$

expresses the momentary value of this force F under given conditions of latitude φ, declination δ, zenithdistance z, etc. The next formula (see p. 7):

$$\text{II.}\qquad \Sigma F = 9\pi\,m\,g\,\sin^3 p\left(\frac{1}{3} - \sin^2\delta\right)\left(\frac{1}{3} - \sin^2\varphi\right)$$

expresses the sum of the gravitational action of the moon during a revolution of the earth.[2]) A mean value for the day in question is obtained from $\frac{1}{2\pi}\Sigma F$.

---

[1]) See an article by van der Stok in Ann. d. Hydrographie 1911 p. 231.

[2]) Concerning the deduction of these formula (1), II and III I have consulted several mathematicians and astronomers, viz.: Mr G. Strömberg, astronomer at Mount Whitney Observatory U. S., the late Mr J. Gehrcke, Hydrographer of the Bureau of the international Research of the Sea in Köbenhavn, Dr. E. Martens

The vertical tidal force F is an accelerating force, an agent of nature of the same kind as gravity g and acts according to the laws of Newton. From g it differs in its dimensions and by its variation caused by the ever changing distance of the heavenly bodies from the earth. From the formula II we infer that the force ΣF is positive i. e. counteracts gravity in the tropical seas between 35° N. and 35° S. and negative, i. e. enforces it north and south of these nodal belts augmenting the weight and pressure of the water upon the sea bottom. An increase in ΣF here consequently tends to depress the boundary surface of the deep water (ebb of the internal parallactic tide) as was the case on the 22nd September 1930 (see p. 9) when ΣF reached its maximum value of $-2{,}45 \times 10^{-7}$ g. The effect of this was to empty the Gullmarfjord of the inflow of salt deepwater from the N. Sea of 33 $^0/_{00}$ salinity and 13° C which had filled it to the brim a week before. Its place was filled with surface water of low salinity from the Baltic current in the Skagerak. Two weeks afterwards, on the 7th Oct. when $\Sigma F = -1.81 \times 10^{-7}$ g, the boundary isohaline of 30 $^0/_{00}$ had risen 22 Meters to a niveau 8 M. from the surface[1]).

The injection by the wavefront of the internal parallactic tide had within a fortnight brought in more than a milliard tons of water from the N. Sea with shoals of fish into the basin of this fiord. To the same agent is due the renewal of the deepwater of the Baltic which otherwise would become stagnant. The primary cause of the water-exchange between the N. Sea and the Baltic is a tidal phenomenon, the outflowing Baltic current is its effect.[2])

In the Gullmarfjord where the recurrence of internal tidal waves of longer (parallactic) periodicity was first observed in 1909, 10, 11 the situation recorded on p. 9 repeats itself every autumn and winter several times, as shown on this diagramm from the beginning of December 1931. This fiord where the tide of the surface water is insignificant serves the purpose of a natural experimental tank for recording the beats of the internal pulse-wave of the Ocean.

---

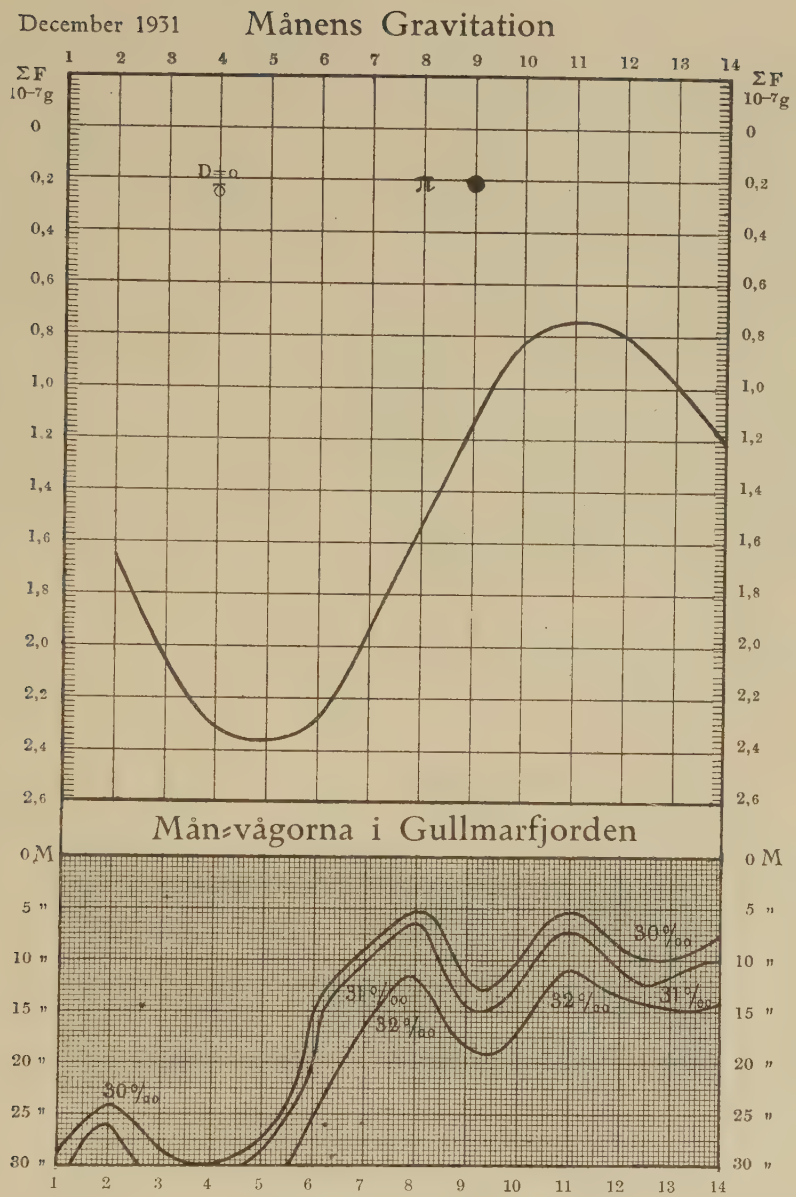
and Professor Lundmark of Lund. Regarding the formula (I) and II I have found general agreement. Regarding formula I, Mr. Strömberg arrived at a somewhat different expression, viz.

$$F = m\,g \sin^3 p \left[(3 \cos^2 z - 1) + 3 \sin p \cos z\,(2 \cos^2 z - 1)\right]$$

by a different manner of computation. Practically the difference is irrelevant, as the second term in the bracket which contains sin p is of little consequence.

[1]) The mass of water contained in the Gullmarfjord bassin from the surface to a depth of 20 meters is according to a calculus of Professor N. Zeilon 1.134.000.000 cubic meters.

[2]) Vattenutbytet mellan Skagerak och Östersjön. Svenska Hydrografisk-Biologiska Kommissionens skrifter, Ny serie Hydrografi IX (O. Pettersson).



This diagram gives a record akin to that on p. 9 of the hydrographic changes in the Gullmarfjord observed in December the following year 1930. It represents a phase of the parallactic internal tide caused by the increase of the force ΣF on the 4th and 5th December.

2. Speculative part

In the Gullmarfjord the wavefront of the internal tide appears in the boundary between the upper water layer of low density and the underlying salter and heavier water. The question arises: what happens in the open Atlantic Ocean where there also exists a marked difference of density between the lighter surface water and the deep water as shewn by the Dana expeditions in the tropical parts of the oceans and by the German expedition with the Meteor in the S. Atlantic, e. g. in the diagram on p. 18 where at 100 M. the density was found $\sigma = 1.0240$ and at 200 m. $\sigma = 1.0268$.[1])

Somewhere between these isobaths we can locate the surface of discontinuity which according to Defant separates the troposphere of the ocean from the stratosphere. A ship anchored in the Atlantic at 0° Lat. and 0° Long. Gr. where the depth is 4000 m. is supposed to have made hourly hydrographic deepsoundings from 12^h on the 22nd to 12^h on the 23rd September 1930 while this spot on the rotating earth passed through the field of force of the combined gravitation of the sun and the moon, both standing in zenith with the declination $\delta = o$ over the place at noon. Our problem is to reconstruct from the preceding data the alterations in the niveau of this boundary surface which must occur in the course of a revolution of the earth.

The gravitation of the sun and moon upon a mass-unit of the water in the equatoreal section in the figure on p. VII[2]) was according to formula I

$$F = m\,g\,\sin^3 p\left[(3\,\cos^2 z - 1) - \frac{3}{2}\,\sin p\,\cos z\,(\cos^2 z + 1)\right] = 1.922 \times 10^{-7} g$$

at noon on the 22nd September 1930. This force tends to elevate every particle of the water when brought under the field of force of the heavenly bodies by the rotation of the earth, but the effect of this attraction depends upon the situation of the particle relatively to the three eqvipotential niveaus: the seabottom, the sea surface, and the boundary layer. A particle beneath this layer in the stratosphere has another freedom to move than a particle of the troposphere whose motion upwards is limited because the small force F is counteracted at the sea surface by the gravitation of the earth and the pressure of the air, while the resistance against an upheaval in a vertical direction of the boundary surface, where the influence of gravity is neutralized by Archimedean forces, is insignificant. An upheaval of the water below the boundary into the troposphere will cause only a slight depression in the surface, as the water of the uppermost layer of the ocean is free to move sidewards in a horizontal direction gliding along the boundary surface.[3]) *And the raising of an internal wave-crest*[4]) *in that layer under the field of force of the moon and the sun must exert a braking influence on the water of the rotating earth, which will cause a surface-current in the opposite direction (from east to west) in the equatorial belt of all oceans.*

---

[1]) After Defant.

[2]) In which the dimension of the earth is $\frac{1}{3000}$ of its hydrosphere.

[3]) An experiment illustrating this is described on p. 23.

[4]) An experiment illustrating this is described on p. 14.

The westerly drift of the surface water N. and S. of the equator or, in other words, the great equatoreal currents of both hemispheres, are commonly regarded as wind-drifts caused by the trade-winds. This hypothesis, now universally accepted for the Atlantic by hydrographers, breaks down irreparably if applied to the equatoreal current-system of the Pacific, where there are no constant winds able to produce similar effects in the broad belts on both sides of the equator. According to the foregoing the real cause appears to be the cosmic gravitation that retards the surface-waters of the rotating earth, which ought to follow its rotation streamless, by the raising of internal tidal waves under the field of force of the sun and tho moon from the stratosphere into the troposphere, which between 25° N. and S. thins out to a thin sheet of hot and light water.[1]) In favour of this explanation I could cite the opinion of Kepler[2]) and Heinrich Hertz[3]). Both these thinkers derived the braking influence of the tide to the retarding influence of the moons attraction on the crest of the rapidly escaping tidal wave. If we supplant the wave-crest on the surface by the submarine billows of the internal waves in the troposphere we arrive at a similar conclusion,[4]) namely that the equatoreal currents are "planetary currents" and that the tidal force is the agent of the current system which maintains the oceanic circulation.

An equally important effect of the tidal force is the interchange of water between the polar and the tropical seas. The cosmic gravitation upholds continually a difference of pressure between the polar and the equatoreal regions of the ocean, which

---

[1]) See the diagram sketched by Defant on p. 8 of his pamphlet on the oceanic circulation, Madrid 1930.

[2]) Kepler Opera omnia Vol. VI p. 180.

[3]) H. Hertz, Verhandlungen d. Phys. Gesellschaft in Berlin 1883 p. 2.

[4]) The retarding effect of the tidal movements has long been an enigma of the tidal theory. How is the loss of energy caused by the tidal phenomena compensated? As long as people paid attention only to the effect of the horizontal component of the tidal force in maintaining a system of two "compulsory" tide waves in the twenty-four hours at the surface of the sea, it was possible to be contented with the explanation that the retarding effect both of the movement of the moon and of the rotation of the earth which must follow from it, is too insignificant to be perceptible on the length of the day and of the synodic lunar period. But when more recent researches have shown, in the case of the internal tidal waves, *that the whole mass of water in the sea is kept in a state of constant oscillatory and translatory movement by the development of gravitational energy of cosmic origin*, scientific research is imperatively compelled to make hypotheses as to how the loss of energy is compensated.

The only form of energy that can be imagined as taking the place of gravitational energy is solar radiation. Between these two there must be a possibility of transformation and equivalence. In that case gravitation is the latent and radiation is the free form of kinetic energy which shows its effect in the pressure of the wave-front of the bundles of rays that incessantly sweep over the earth from the rotating globe of the sun. The Russian physicist Lebedew has estimated the mechanical effect of this light-pressure at 57 million kilograms or 0,5 dyn. per sq. meter for the entire radiation field of the sun on the earth.

Instead of the untenable supposition that the earth, of some unknown cause and from some unknown quarter, has been hurled out into space at planetary velocity and has been captured by the gravitation of the sun in its planetary system and has ever since then revolved round the sun for ever and ever owing to its inertia, we then have another idea — namely, of a stationary state of equilibrium between the gravitational energy which maintains the circulation in the seas of the earth and in its atmosphere and the radiant heat which, through light-pressure, keeps up the rotation and revolution of the earth and the moon.

increases the weight of the water and its pressure upon the bottom in high latitudes and lessens it in lower latitudes than 35°. The effect of this at a given moment (12^h on the 22nd September 1930) is calculated after equation I and graphically represented on a diagram on p. 12. The consequences are discussed on pp. 17 and 18 and illustrated by an experiment on p. 18. A column of seawater of 1.026 sp. gravity, 1 m^2 in area and 4000 m. in height, which at 35° weighs 4104000 Kg. would in the deepest part of the Polar Sea increase 0.387 Kg. and in the equatoreal seas decrease 0.788 Kg. in weight. At that depth there exists thus a difference in pressure of 1.175 kilogram on each square meter which tends to raise a bottom current of cold water, sinking in the polar seas and rising in the tropical seas, along the deepest trough of the Atlantic Ocean.[1])

It seems not impossible that this is the prime factor in the maintenance of the oceanic circulation which at all events must be intimately connected with the tidal phenomenon.

It remains to deduct from the premises given above the period, the phase and the amplitude of the internal wave-movements caused by the cosmic gravitation of the sun and moon. It is evident that a calculus of this kind, without regard to the influence of friction, can only give theoretical limiting values, which it may be of interest to compare with the actual observations later.

At noon on the 22nd Sept. the elevating force at the Equator according to equation I was $F = 1.922 \times 10^{-7}$ g. From the table on p. 12 we infer that in the following twentyfour hours this force F four times became = 0 and changed sign, alternately elevating and depressing the boundary surface. A ship anchored at the place named at 0° Long. Gr. in an "equatoreal canal round the earth", as Airy imagined, would experience what the Meteor did at every one of its anchorstations, namely observe two internal wave-crests rising under its keel with an interval of twelve hours between them. A ship anchored in 58° or in 70° latitude on the same meridian would have a similar experience, viz. of two internal waves in the boundary layer following the earths rotation, but the amplitude of this wave-motion decreases with the $\cos^2 \varphi$ (the latitude) so that in higher latitudes it becomes insignificant and in the vicinity of the Poles *nil*. That is however not the case with the force F which increases in strength and only changes sign, so that it becomes negative, i. e. increases the gravitation g from 35° Lat. to the Poles where it was $F = 0.943 \times 10^{-7}$ g on the 22nd September 1932[2]).

---

[1]) The present state of the hydrographical technique will not suffice to test this presagement by experiments with currentmeters dangling on wires from anchored ships. The only efficient method seems to be to use a photographically registering currentmeter fastened to a tripod which is lowered to the seabottom and begins to work the moment the strain upon the wire slackens and ceases when it is hauled up. An instrument of this kind is described in Sv. Hydrogr.-Biol. Komm:s Skrifter: Ny Serie Hydrografi III (O. Pettersson).

[2]) Note: only during that day when the declination was = 0. During the following week the declination augmented and the accelerating force F acted during 6—7 days in the same direction causing a parallactic wave of great dimension which was felt in the Gullmarfjord culminating on the 7th and 8th Oct., an effect which must have been far greater in the Polar basin.

The result of the combined action of the vertical cosmic gravitation upon the water and the rotation of the earth is schematically represented on the following figure on p. VII, and quantitatively in the diagrams on p. 13 and the tables on p. 19. The amplitude of the wave-motion is the distance in meters that a free particle in the boundary layer moves vertically during its passage through the field of force driven by the variable part of the force F. By integrating this[1]) we obtain the velocity v

$$\int \left(F - \frac{1}{2\pi} \Sigma F \right) dt = v$$

and by a new integration

$$\int v dt = s$$

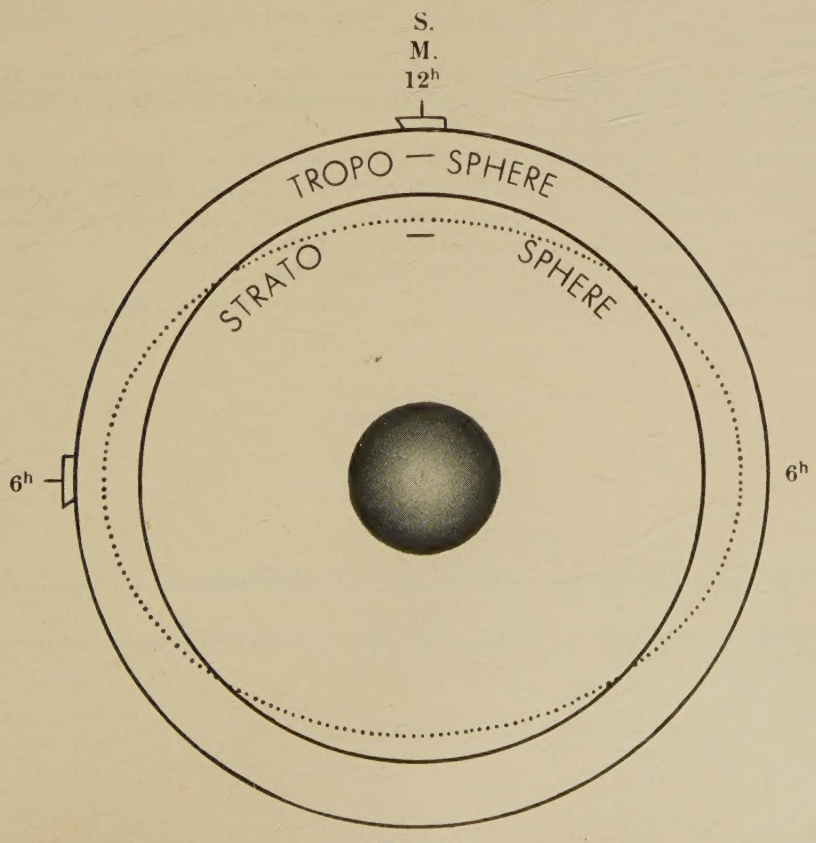
the distance s, which gives the theoretical limit of an internal wave-crest of the half-daily period on the Equator at the eqvinox 1930 when the declination of the moon was = 0. In higher latitudes the distance s decreases while the phase remains the same: 180° opposite to that of the force (see the deductions on p. 21) which result in the formula

$$\text{III.} \quad S = \int v dt = \frac{3}{8} \left[\frac{24 \cdot 3600}{2\pi} \right]^2 m\, g \sin^3 p \cos^2 \varphi\, (1 - \cos 2\tau) + v_0 t + s_0$$

from which the theoretical amplitudes of the internal tidal waves at the equator are calculated on p. 22 without regard to the influence of friction etc., the actual values to be ascertained by experimental research.

---

[1]) In these operations the second term of the Equation I and II is excluded as irrelevant.



Equator
22—23 Sept. 1930

Verzeichnis früher ausgegebener Schriften

A. *Über die Eisschmelze im Meer.*

1) On the properties of Water and Ice. 1883. Vegaexpeditionens iakttagelser II.
2) Über den Einfluss der Eisschmelzung auf die ozeanische Zirkulation 1899. Svenska Vetenskapsakademiens översikt N:r 3.
3) On the influence of icemelting upon oceanic circulation 1904. Geographical Journal.
4) » » » » » » » » 1907. » »

B. *Über die ozeanische Zirkulation.*

5) Über Meeresströmungen. 1908. Veröffentl. d. Instituts für Meereskunde, Berlin (p. 1—68).
6) Die Wasserzirkulation im Nordatlantischen Ozean. 1900. Petermanns Mitteil. H. 3 & 4.
7) Über die Wahrscheinlichkeit von periodischen Schwankungen in dem Atlantischen Strome. 1905. Svenska Hydr.-Biol. Komm:s Skrifter III.
8) Der Atlantische Ozean während der Eiszeit. 1913. Internat. Revue der Hydrobiologie und Hydrographie.
9) Studien in der Geophysik u. kosmischen Physik. 1914. Ann. d. Hydrographie p. 141—150 und p. 209—219 und p. 255—270.
10) Einige Bemerkungen zu G. Schotts Geographie des Atlantischen Ozeans. 1913. Internat. Revue p. 513—539.
11) Der Golfstrom und der Atlantische Strom. 1927. Svenska Hydr.-Biol. Komm:s Skrifter, Ny Serie IV.
12) Aperçu d'orientation vers la conception actuelle de la circulation océanique dans l'Atlantique. 1930. Svenska Hydr.-Biol. Komm:s Skrifter, Ny Serie N:r V.
13) Étude de la Statistique Hydrographique du Bulletin Atlantique du Conseil International pour l'exploration de la Mer, par W. Pettersson 1925. Svenska Hydr.-Biol. Komm:s Skrifter, Ny Serie N:r I.

C. *Über interne Gezeiten-Bewegungen im Meer.*

14) Gezeitenähnliche Bewegungen des Tiefenwassers. 1909. Publications de Circonstance d. Internat. Meeresforschung N:r 47.[1])
15) Strömstudier vid Östersjöns portar. 1908. Svenska Hydr.-Biol. Komm:s Skrifter Bd. III.[2])
16) Tidal Movements in the deep water of the Skagerak and their influence upon the herring fishery. 1911. Report British Ass., Portsmouth 1911.
17) The Tidal Force. 1930. Geografiska Annaler II, 4. Svenska Sällskapet för Antropologi och Geografi.
18) Vattenombytet i Gullmarfjorden. 1930. Svenska Hydr.-Biol. Komm:s Skrifter, Ny Serie VIII.
19) Vattenombytet mellan Skagerak och Östersjön. 1931. Svenska Hydr.-Biol. Komm:s Skrifter, Ny Serie IX.
20) Vattencirkulationen i Atlantiska Oceanen. 1931. Ymer, Häfte 3 och 4.
21) Calendarium der Wechsel der Mondkraft ΣT in 1931 und 1932.

Einige von diesen Publikationen sind vorrätig und zu beziehen durch die Buchhandlung Gumpert & Co., Göteborg.

---

[1]) Diese Abhandlung enthält die ersten Beobachtungen von parallaktischen internen Gezeitenwellen im Gullmarfjord.

[2]) Diese Abhandlung enthält die ersten Beobachtungen von internen Gezeitenwellen im Grossen Belt von halbtägiger Periode.